Modelos de Propagación electromagnética

Alexandre Wagemakers y Borja Ibarz

29 de octubre de 2007

Plan de la asignatura

Modelos de propagación electromagnética, lo que hacemos:

- Dar una base de modelos de propagación electromagnética.
- Dar una bibliografía básica.
- Proponer ejercicios y practicas.

Lo que hacéis (o tenéis que hacer):

- Leer los artículos propuestos
- Hacer los ejercicios y las practicas.
- Realizar un trabajo individual o en grupo.

Plan de la asignatura

Modelos deterministas de propagación:

- Tema 1 (3h): Fundamentos de radiación y propagación.
- Tema 2 (3h): Propagación en terreno irregular.
- Tema 3 (4h): Propagación en entornos urbano.

Modelos estadísticos de propagación:

- Tema 4 (5h): Propagación multitrayecto en banda estrecha.
- Tema 5 (5h): Propagación multitrayecto en banda ancha.

Aspectos prácticos:

- Tema 6 (4h): Medidas para caracterizar canales.

Fundamentos de radiación y propagación

Plan de la clase:

- Ecuaciones de Maxwell, ondas.
- Fundamentos de radiación. Parámetros de antenas.
- Propagación por ondas de espacio.
- Efectos de la atmósfera.

Presentación

Se pretende en esta sección dar un repaso rápido de los fundamentos físicos que llevaron al desarrollo de las comunicaciones personales. Se presentan las leyes de Maxwell y la ecuación de la onda plana en el espacio vacío. Se presenta brevemente los fenómenos de radiación y los parámetros importantes de una antena.
A continuación se estudian modelos fenomenológicos como las condiciones de propagación por onda de superficie o bien los efectos de la atmósfera.

Ecuaciones Maxwell

Es un paso obligatorio para el estudio de la propagación.
Se formalizaron al final del siglo XIX por el brillante científico James Clerck Maxwell (1831-1879). Es una formulación compacta que recoge todos los fenómenos electromagnéticos clásicos.

Notaciones

Cantidades y notaciones

- **E** campo eléctrico en (V/m) y también en dBu.
- **D** vector de desplazamiento (C/m).
- **B** campo magnético (Wb/m^2).
- **H** intensidad de campo magnético (A/m).
- $\rho(x, y, z)$ campo escalar de una distribución de carga (C/m^3) o (C/m^2).
- **J** densidad de corriente (A/m^2).
- μ_0 permeabilidad magnética del vacío.
- ε_0 permitividad eléctrica del vacío.

Ecuación de Maxwell-Gauss

Ecuación Maxwell-Gauss

Ecuación que relaciona una distribución de cargas con un campo eléctrico.

$$\varepsilon div(E) = \rho \tag{1}$$

$$\int_S EdS = \frac{Q}{\varepsilon} \tag{2}$$

Con E un campo eléctrico en el espacio, $\rho(x, y, z)$ una función escalar representando la distribución de cargas y Q la carga dentro de la superficie de Gauss.

Ecuación Maxwell-Gauss

La ley de Gauss fue descubierta primero por Lagrange en otro contexto, Carl Gauss la redescubrió cuando estuvo estudiando el magnetismo con Weber en 1813.

Ecuación de Maxwell-Ampere

Ecuación de Maxwell-Ampere

Esta ley de la electromagnética relación la circulación de cargas (es decir una corriente) con un campo magnético.

$$rot(B) = \mu j + \frac{\partial E}{\partial t} \tag{3}$$

$$\int_l Bdl = \mu \sum_l I \tag{4}$$

Ecuación de Maxwell-Ampere

Experimento de OErsted, Dinamarca (1820): Desviación de una aguja magnetizada por un hilo con corriente.
André Marie Ampere hizo la distinción entre la tensión eléctrica entre dos cuerpos cargados y la corriente de electricidad entre dos cuerpos conectados. Afirma que el magnetismo que mueve la aguja es debido a la circulación de corriente.
Reproduce el efecto de los imanes con los solenoides.

Ecuación de Maxwell-Faraday

Ecuación de Maxwell-Faraday

Esta ley se conoce también como ley de inducción. Relaciona la aparición de un potencial con un flujo magnético variable.

$$rot(E) = \frac{\partial B}{\partial t} \tag{5}$$

$$\int_l Edl = \frac{\partial \Phi}{\partial t} \tag{6}$$

Ecuación de Maxwell-Faraday

Micheal Faraday realizo en 1831 una serie de experimentos muy importantes para el desarrollo industrial de este siglo.
Descubrió la inducción enrollando dos alambres alrededor de un imán. Cuando circula una corriente en uno, una corriente breve aparecía en el otro.
Participo luego a la construcción de maquinas eléctricas como la dinamo.

Divergencia del campo magnético

La ultima ley de Maxwell (aunque tradicionalmente se enuncia como la segunda ley de Gauss de la magnetoestatica) expresa que no existen fuentes escalares de campo magnético, es decir que el campo magnético es un campo de rotacional. Esta condición se traduce matemáticamente como:

$$divB = 0 \tag{7}$$

Tambien dice que las lineas magnéticas son lineas cerradas.

Las cuatro leyes de Maxwell

Maxwell unifico estas cuatro leyes, modificándolas de manera adecuada para obtener la ecuación de onda entre otras cosas.

$$div(D) = \rho \tag{8}$$

$$rot(H) = j + \frac{\partial D}{\partial t} \tag{9}$$

$$rot(E) = \frac{\partial B}{\partial t} \tag{10}$$

$$div(B) = 0 \tag{11}$$

Con las relaciones:

$$D = \varepsilon E \tag{12}$$

$$B = \mu H \tag{13}$$

La ecuación de Maxwell

Pasamos a la notación con el operador nabla y en régimen armónico. Es decir que consideramos las fuentes oscilando sinusoidalmente con el tiempo, dejamos de lado la dependencia en $exp(i\omega t)$.

$$\varepsilon\nabla\cdot E=\rho \tag{14}$$

$$\nabla\times B=\mu j+i\omega E \tag{15}$$

$$\nabla\times E=i\omega B \tag{16}$$

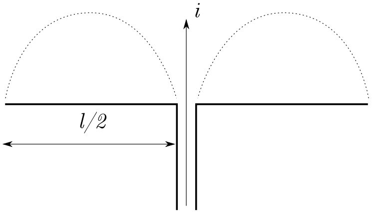
$$\nabla\cdot B=0 \tag{17}$$

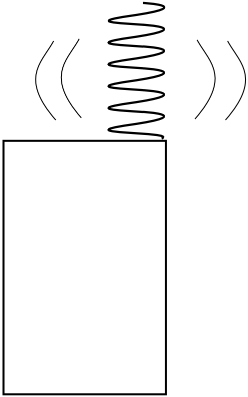
Condiciones de contorno

No incluimos aquí las condiciones de contorno, son necesaria sin embargo para obtener la solución de la ecuación de onda en ciertos medios.

Fundamentos de radiación

Un elemento radiante es básicamente un conductor atravesado por una corriente eléctrica. Mas exactamente un conductor con una cierta distribución de corriente.





Fundamentos de radiación

Para resolver los problemas de radiación se usan dos cantidades nuevas:

- El potencial retardado **A**.
- El potencial escalar Φ

El potencial retardado **A** representa un campo vectorial que verifica la ecuación de Maxwell $\nabla \cdot B = 0$. Sabiendo que la divergencia del rotacional nula ($\nabla \cdot (\nabla \times) = 0$) podemos escribir el campo B como:

$$B = \nabla \times A \tag{18}$$

Sin embargo cualquier campo $A' = A + \nabla\Phi$ es también solución de la ecuación de Maxwell precedente.
Con esta definición del campo podemos expresar el campo en función de las fuentes y de las corrientes para ciertas geometrías.

La ecuación de onda

A partir de las ecuaciones de Maxwell y de la definición del potencial retardado llegamos a la ecuación de onda, o ecuación de Helmotz:

$$\Delta A + \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 A = -\mu J \tag{19}$$

con la condición de Lorentz sobre **A** y Φ:

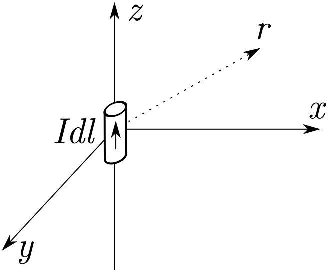
$$\nabla \cdot A + i\omega\mu_0\epsilon_0 \Phi = 0 \tag{20}$$

A partir de estas definiciones podemos encontrar el campo **H** generado por una densidad de corriente **J**. Para geometrías sencillas el cálculos es posible sin embargo para otros casos una aproximación con métodos numéricos es necesaria.

Radiación de un elemento de corriente

Consideramos un elemento radiante Idl situado en el origen. Sera nuestra primera antena. Tiene una densidad de corriente $J_z = I/dS$. Que la fuente tiene un carácter puntual, el problema tiene una simetría esférica. La ecuación de Helmotz se escribe como:

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dA}{dr}\right)+\omega^2\mu_0\epsilon_0 A = -\mu_0 J \qquad (21)$$



Radiación de un elemento de corriente

Dado que la corriente $J_z = I/dS$ solo tiene una componente según z, la solución de la ecuación solo va a tener una componente z:

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dA_z}{dr}\right) + \omega^2\mu_0\epsilon_0 A_z = -\mu_0 J_z \tag{22}$$

tiene como solución:

$$A_z(r) = K_1\frac{e^{-i\omega^2\mu_0\epsilon_0 r}}{r} \tag{23}$$

descartamos la onda regresiva, es decir para la onda de desde el infinito hacia la fuente.

Radiación de un elemento de corriente

La constante K_1 se calcula integrando toda la ecuación de onda sobre un volumen que incluye la fuente. Después de la integración obtenemos:

$$K_1 = \frac{\mu}{4\pi} Idl \tag{24}$$

Por lo que el potencial retardado tiene como solución:

$$A = \frac{\mu}{4\pi} \frac{e^{-i\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 r}}{r} Idl\mathbf{z} \tag{25}$$

De alli podemos deducir el campo magnetico y el campo electrico.

Radiación de un elemento de corriente

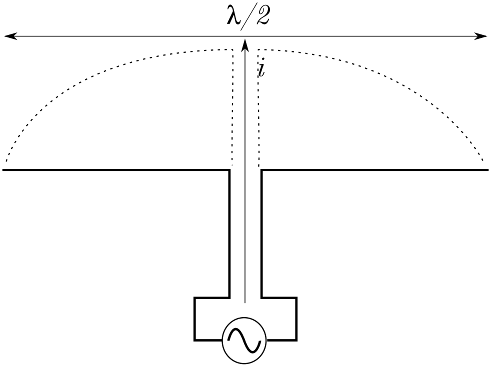
Expresion del campo magnético y electrico para $r >> dl$:

$$E_\theta \simeq i\frac{Idl\mu_0}{4\pi}\frac{ke^{-ikr}}{r}\sin\theta \tag{26}$$

$$H_\Phi \simeq i\frac{Idl}{4\pi}\frac{ke^{-ikr}}{r}\sin\theta \tag{27}$$

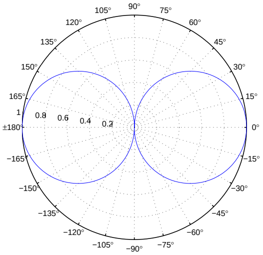
Radiación del dipolo

Un dipolo consiste en una antena cuya longitud total corresponde a la mitad de la longitud de onda emitida, es decir $\lambda/2$.

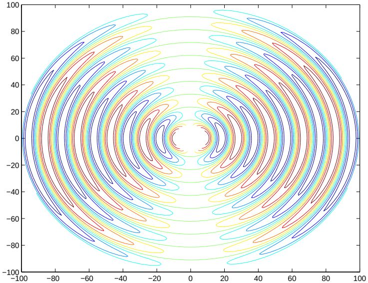


Radiación del dipolo

Se puede obtener también la expresión analítica para antenas del tipo dipolo.



Directividad de la antena media onda, en el plano horizontal. En el espacio el diagrama tiene la forma de “donuts”.

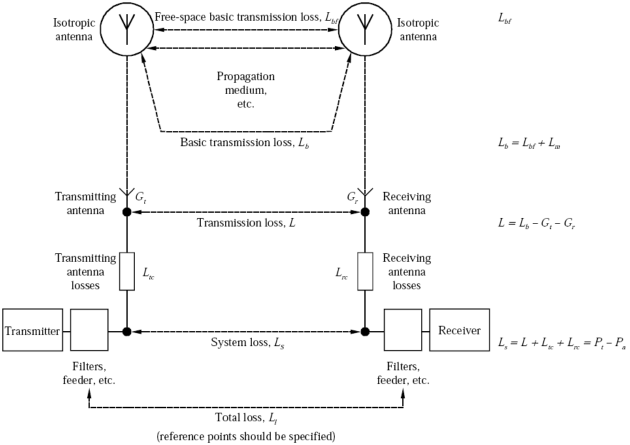


Radiación de la fuente en un instante dado, se ve como se propaga las ondas. Notese que aquí no se ha tomado en cuenta el decrecimiento exponencial.

Esta recomendación de la UIT (Unión Internacional de las Telecomunicaciones antiguamente CCCR) describe las perdidas que pueden surgir en una cadena de comunicación inalámbrica.

Recomendación UIT-R P341-5

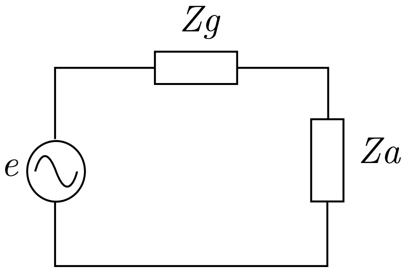
Perdidas en los enlaces



Parámetros de una antena

Impedancia de radiación

Una antena puede representarse por un circuito electrónico sencillo en el cual se resume a una resistencia de radiación.



La impedancia de radiación Z_a es compleja y depende de la frecuencia.

Parámetros de una antena

Diagrama de radiación (o de directividad)

El diagrama de radiación define la direcciones privilegiadas de antena para emitir. Se trata de la ganancia en función de la dirección. Generalmente se hacen cortes horizontales y o verticales para caracterizarla.

Parámetros de una antena

Directividad

Se puede definir como:

$$D = \frac{\text{Densidad de potencia en la dirección de máxima radiación}}{\text{Densidad media de radiación}} \tag{28}$$

Esta medida es difícil de obtener si no se tiene la densidad de potencia media. Es mas conveniente trabajar con la ganancia.

Parámetros de una antena

Ganancia

La ganancia de una antena se define como la potencia a una distancia d en el máximo de emisión respeto a la potencia de la antena isotrópica equivalente a la distancia d:

$$G = \frac{\text{Densidad de potencia en la dirección de máxima radiación}}{P_T/4\pi d^2} \tag{29}$$

Parámetros de una antena
PIRE

Potencia Isotrópica Radiada Equivalente.
Corresponde a la potencia de la fuente isotrópica equivalente necesaria para emitir la misma potencia en una dirección.
El calculo de este parámetro se resume sencillamente al producto de la potencia suministrada por la ganancia de la antena.

$$PIRE = G_t P_t \tag{30}$$

Parámetros de una antena

Area efectiva

Cuando tratamos las antenas en modo de recepción, es útil definir la área efectiva de la antena. Es el ratio entre la potencia proporcionada por la antena y la potencia incidente de la onda.

$$A = \frac{W_s}{P_R} \tag{31}$$

En la practica la área efectiva es:

$$A = \frac{W_s}{P_R} = \frac{\lambda^2 G}{4\pi} \tag{32}$$

Unidades y potencias

Para el manejo de las cantidades se usan las siguientes unidades de potencias:

- *dBu* unidad de campo eléctrico referidos a 1 μV/m
- *dBW* unidad de potencias referida a 1W.
- *dBm* unidad de potencia referida a 1mW: $P_{dBm} = P_{dBW} + 30$.
- *dBi* Ganancia de una antena referido a una antena isotrópica.
- *dBd* Ganancia de una antena referido a una antena media onda dipolo.

Propagación en el espacio libre.

Formula de Friis

En condiciones ideales de espacio libre, la potencia emitida por una antena a una distancia d es:

$$W = \frac{P_T G_T}{4\pi d^2} \tag{33}$$

La potencia recibida es:

$$P_R = \frac{P_T G_T}{4\pi d^2} A = \frac{P_T G_T}{4\pi d^2} \frac{\lambda^2 G_R}{4\pi} \tag{34}$$

Por lo que el balance de la transmisión se escribe:

$$\frac{P_R}{P_T} = G_R G_T \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2 \tag{35}$$

Parámetros de una antena

Ejemplo

Para una antena de 50 W:

- $P_{dBm} = 10\log(P(mW)/1mW) = 10\log(50 \cdot 10^3/1) = 47dBm$
- $P_{dBW} = 10\log(50) = 17dBW$

Potencia recibida a 100 metros con ganancias de antena unidad y frecuencia de 900MHz

$$P_r = P_t G_r G_t \lambda^2/(4\pi d)^2 = 50 \cdot 3 \cdot 10^8/(900 \cdot 10^6)/(4\pi 100)^2 = \tag{36}$$

Se usa mas a menudo la formula de Friis en dB:

$$L_F(dB) = -10\log_{10} G_T - 10\log_{10} G_R + 20\log_{10} f + 20\log_{10} d + k \tag{37}$$

con k:

$$k = 20\log_{10} \frac{4\pi}{3 \cdot 10^8} \tag{38}$$

Tipos de propagación

La forma en que las ondas viajan va a depender mucho de la banda en la que se transmite.

Banda	Tipo de propagación	Alcance
VLF	Propagación guiada por el suelo y ionosfera	varios miles de km
LF y MF	Ondas de superficie	2000km
MF y HF	Refracción Troposférica	de 2000 hasta 4000km
VHF	Onda de espacio	Algunas decenas de km

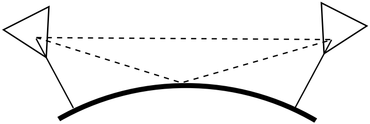
Tipos de propagación

Espectro Radio

ELF	SLF	ULF	VLF	LF	MF	HF	VHF	UHF	SHF
3 Hz	30 Hz	300 Hz	3 kHz	30 kHz	300 kHz	3 MHz	30 MHz	300 MHz	3 GHz
30 Hz	300 Hz	3 kHz	30 kHz	300 kHz	3 MHz	30 MHz	300 MHz	3 GHz	30 GHz

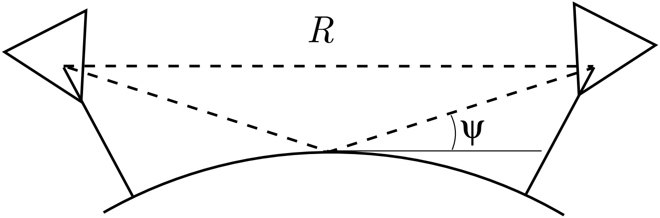
Propagación por onda de espacio

Reflexión sobre tierra curva



Se hace un modelo de la tierra como una esfera perfecta y dieléctrica. En este caso se puede usar toda la teoría electromagnética. Se deduce la atenuación en función del ángulo encima del horizonte.

Reflexión sobre tierra curva



$$\rho_h = \frac{\sin\psi - \sqrt{(\epsilon_r - jx) - cos^2\psi}}{\sin\psi + \sqrt{(\epsilon_r - jx) - \cos^2\psi}} \tag{39}$$

con

$$x = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0} \tag{40}$$

con σ la conductividad y ε_r la constante dieléctrica del medio.

$$\rho_v = \frac{(\epsilon_r - jx)\sin\psi - \sqrt{(\epsilon_r - jx) - \cos^2\psi}}{(\epsilon_r - jx)\sin\psi + \sqrt{(\epsilon_r - jx) - \cos^2\psi}} \tag{41}$$

Reflexión sobre tierra curva

Cartas para la fase y la amplitud del enlace de la polarización vertical

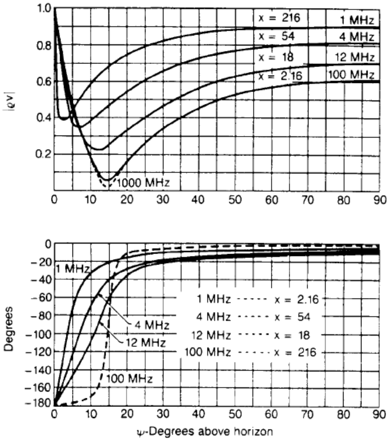
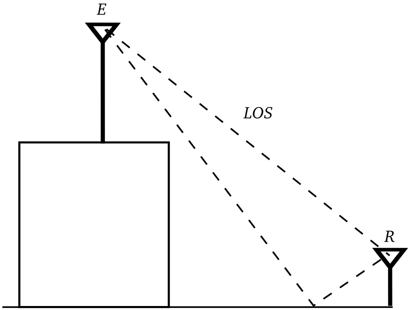


Figure 2.2 Magnitude and phase of the plane wave reflection coefficient for vertical polarisation. Curves drawn for $\sigma = 12 \times 10^{-3}$, $\varepsilon_r = 15$. Approximate results for other frequencies and conductivities can be obtained by calculating the value of x as $18 \times 10^3 \sigma / f_{MHz}$.

El modelo de dos rayos

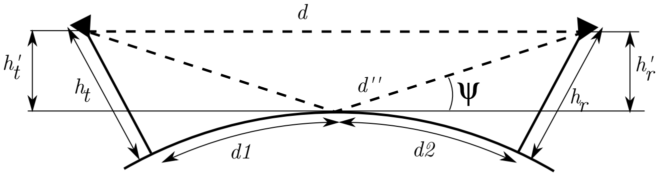
El modelo de dos rayos es uno de los mas sencillos que toma en cuenta las reflexiones del suelo. Se recibe la onda del suelo con un desfase Φ y un coeficiente de reflexion ρ.



Las perdidas son la suma del rayo directo y de una reflección directa:

$$E_r(d) = E_{LOS} + E_R = \frac{E_0}{d'} e^{j\omega_c(t-c/d')} + \rho \frac{E_0}{d''} e^{j\omega_c(t-c/d'')} \quad (42)$$

El modelo de dos rayos



La diferencia de camino se expresa como:

$$\delta = d'' - d' = \sqrt{(h_t' + h_r')^2 + d^2} - \sqrt{(h_t' - h_r')^2 + d^2} \simeq \frac{2h_t'h_r'}{d} \tag{43}$$

El modelo de dos rayos

La altura aparente de las antenas se expresan como:

$$h'_t = h_t - d_1^2/2r_e \tag{44}$$
$$h'_r = h_r - d_2^2/2r_e \tag{45}$$

r_e es el radio efectivo de la tierra. con la relación

$$d_1 \simeq d/(1 + h_t/h_r) \tag{46}$$
$$d = d_1 + d_2 \tag{47}$$
$$\tag{48}$$

La diferencia de fase puede expresarse como

$$\theta_\delta = \frac{2\pi\delta}{\lambda} \tag{49}$$

El modelo de dos rayos

El campo total recibido es:

$$E_r = E_d(1 + \rho e^{-i\theta_\delta}) \quad (50)$$

Para angulos pequeños: $\theta_\delta \simeq \frac{2\pi h'_t h'_r}{\lambda d}$ llegamos a la expresion:

$$E_r = E_d(1 + \rho e^{-i\frac{2\pi h'_t h'_r}{\lambda d}}) \ \mathrm{V/m} \quad (51)$$

Para tomar en cuenta la curvatura de la tierra es necesario aplicar un factor de corrección al coeficiente ρ

$$D \simeq \left(1 + \frac{2d_1 d_2}{r_e(h'_t + h'_r)}\right)^{-1/2} \quad (52)$$

El modelo de dos rayos

Ejemplo de aplicación:
Un antena emite con una potencia de 50W a 900MHz, la altura de la antena es de 30m y tiene una ganancia de 10dB.

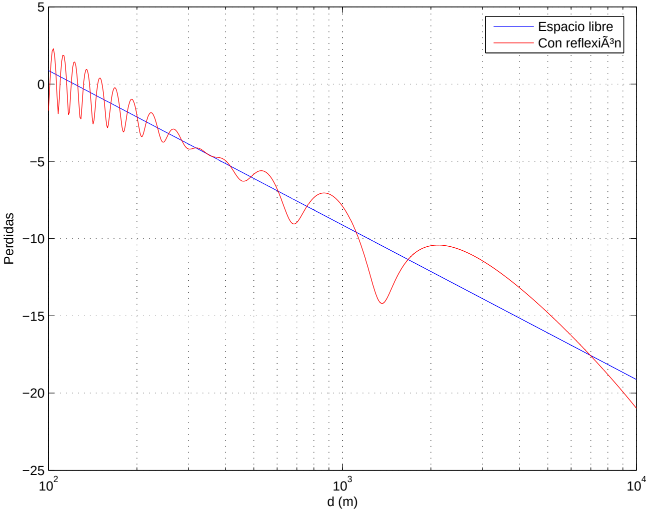
- Calcular la densidad de potencia radiada por la antena a una distancia de 1km.
- Calcular el modulo del campo a una distancia de 1km.
- Usando una conductividad de $5 \cdot 10^{-}3S$ y una constante dielectrica de 15SI y el modelo de dos rayos calcular el campo recibido a una distancia de 15km para una antena de 15m.

El modelo de dos rayos

```
ht=30;
hr=15;
d=10e3;
sig=5e-3;
eps=15;
f=900e6;
P=50;
gt=10;

d1 = d /(1+ht/hr);

d2=d-d1;

htp= ht - d1^2/(2*8490e3)

hrp = hr - d2^2/(2*8490e3)

lambda = 3e8/f;

x=sig/(2*pi*f*eps);

psi= atan(htp/d1);

rho_v = ((eps-i*x)*sin(psi)-sqrt((eps-i*x)-cos(psi)^2))/((eps-i*x)*sin(psi)+sqrt((eps-i*x)-cos(psi)^2));

Ed= sqrt(120*pi*gt*P/(4*pi*d^2));
Et= Ed*(1+ rho_v*exp(-i*2*pi*htp*hrp/(lambda*d)));
```

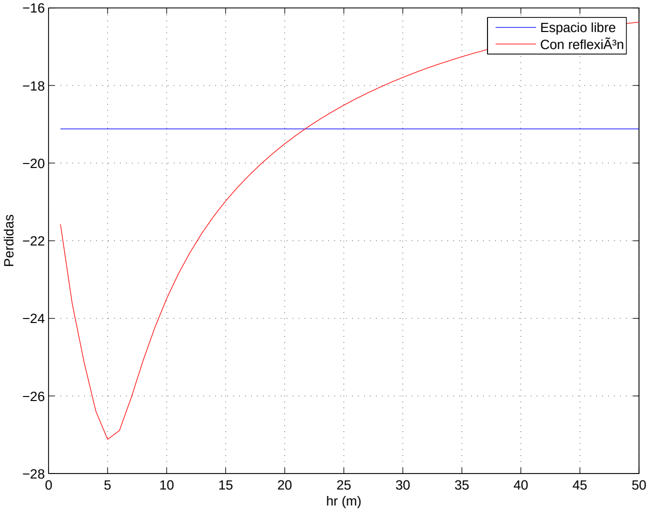
El modelo de dos rayos

Ejemplo cuando se modifica la distancia entre antenas.



El modelo de dos rayos

Ejemplo cuando se modifica la altura de la antena receptora.



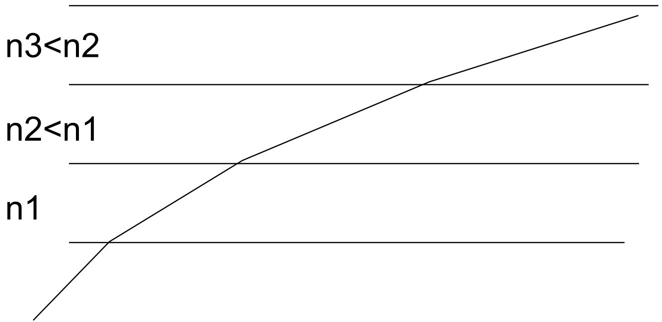
Las perturbaciones debidos a la atmósfera son de varios tipos:

- Fluctuaciones de los índices de refracción, da lugar a difracción de las ondas.
- Cambios abruptos de índice de refracción, da lugar a reflexiones (puede ser un efecto interesante en ciertos tipos de transmisión).
- Fenómenos de conducción.
- Absorción de los gases.

Efectos de la atmósfera

Refracción de la atmosfera

n disminuye con la altura h.

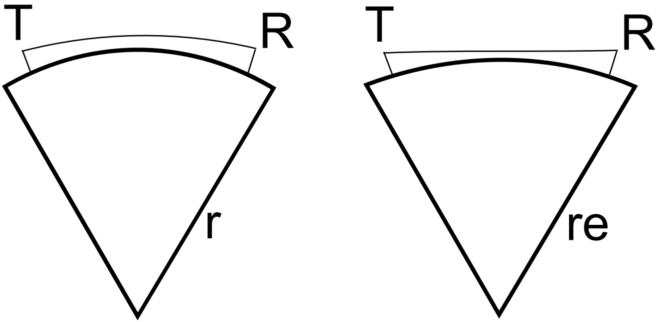


Tiene una consecuencia importante para sobre el radio efectivo de la tierra. Este radio esta modificado por la cuvatura de los rayos.

Efectos de la atmósfera

Radio efectivo

Tiene una consecuencia importante para sobre el radio efectivo de la tierra. Este radio esta modificado por la cuvatura de los rayos.



$r_e = 8490\text{km}$

Bibliografía

1. JM Hernando Rabanos, Transmisión por radio, Editorial Ramón Areces, 2006.
2. C. A. Balanis, Antenna Theory: A review, Proc of the IEEE, vol 80, 1, 7-18, 1992.
3. K. Siwiak, Radiowave propagation and Antennas for Personal Communications, Artech House, 1995.
4. Recomendación UIT-R P341: Noción de pérdidas de transmisión en los enlaces radioeléctricos.
5. Recomendación UIT-R P525: Cálculo de la atenuación en el espacio libre.
6. Recomendación UIT-R P370: Curvas de propagación en ondas métricas y decimétricas para la gama de frecuencias comprendidas entre 30 y 1000 mhz. (Curvas estadistica de propagación de servicio fijo terestre).
7. Recomendación UIT-R P833: Atenuación de la vegetación
8. T. Sofos, P Constantinou, Propagation model for vegetation effects in terrestrial and satellite mobile systems, IEEE Trans. on Antenna and Propagation, vol.52,7, 2004
9. Recomendación UIT-R P834: Efectos de la refracción troposferica sobre la radio propagación.