Introducción a la Acústica

Apuntes de la asignatura

Alexandre Wagemakers

Universidad Rey Juan Carlos

Madrid, 2007

Índice general

Introducción

Que es el sonido? El sonido es antes de todo una interpretación del cerebro de una vibración de la presión exterior. Una vibración del aire llega hasta el oido donde se transforma en impulso nervioso, lo cual esta tratado y interpretado como un sonido. Sin embargo llamamos sonido también vibraciones del aire que no podemos oir, como por ejemplo los ultrasonidos o los infrasonidos. Mas generalmente se llama sonido una vibración local de un fluido que se propaga localmente.

Ordenes de magnitud? Cuando hablamos de ondas sonoras se trata de presiones muy pequeñas frente a la presión atmosferica. Como ejemplo la presión atmosferica media se situa entorno a 10000 Pa, cuando la minima presión detectable por el oido es de 20μ Pa.

Capítulo 1

Física acústica

La física acústica trata los sonido de un punto de vista de la materia. Se toman en cuenta los efectos de la física de fluidos. Con esta introducción vamos a describir los fenomenos basicos de la acústica como la propagación de una onda sonora, el efecto de los medios y también las fuentes elementales de ondas sonoras.

1.1. Onda sonora

Como muchos fenómenos físicos, el estudio de las vibraciones es el punto de mayor importancia de la acústica. Antes de hablar de acústica, que se refiere mas al estudio de los fenómenos sonoros. Aqui tratamos el sonido de desde la perspectiva de los fluidos, sin preocuparse de que el sonido esta relacionado con la percepción que tenemos de ello. A partir de hipotesis simples y algo de física estadística se puede deducir la ecuación de la propagación de una onda de presión, o también llamada onda sonora cuando la onda se propaga en el aire. La onda de presión es una pertubación local que se va propagando por el medio.

En este capitulo a describir las ondas sonoras en función de dos parametros físicos, la presión del fluido y su velocidad. Estas cantidades van a depender generalemente del espacio y del tiempo. Primero estudiamos la propagación de una perturbación en un plano.

1.1.1. La onda plana

Para estudiar como se propaga el sonido en un fluido consideramos primero un pequeño volumen de gas V, cuyos vertices son $ABCD$ y una superficie S Fig. 1.1. Sobre este pequeño volumen se ejerce una pequeña perturbación de tal modo que el volumen se dezplaza en $A'B'C'D'$. La amplitud de la perturbación en x se nota $\epsilon(x)$. El nuevo volumen del gas es entonces la supercie $A'B'C'D'$ multiplicado por S. Este volumen V' se escribe como:

$$V' = S \cdot (dx - \epsilon(x) + \epsilon(x + dx))$$

como tratamos de pequeños volumenes podemos desarrollar la expresion $\epsilon(x + dx)$ al primer orden:

$$\epsilon(x + dx) \simeq \epsilon(x) + \frac{\partial \epsilon}{\partial t} dx$$

Por lo que el volumen se simplifica como

$$V' = Sdx \cdot (1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial t})$$

El volumen V' se puede interpretar como el volumen V mas un pequeña variación dV debida a la perturbación:

$$V' = V + dV = Sdx \cdot (1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial x})$$

Notando que $Sdx = V$ obtenemos la variacion de volumen en funcion del gradiente de la perturbación:

$$\frac{dV}{V} = -\frac{\partial \epsilon}{\partial x} \tag{1.1}$$

En los fenomenos de compresión o depresión de un volumen hay un cambio de temperatura del gas. Es el efecto que uno nota cuando incha la rueda de una bicicleta, la bomba se calienta cuando la presión aumenta. Cuando la perturbación se propaga también tenemos un calentamiento del aire localmente. El proceso es considerado adiabatico si no hay flujo de calor de una parte a otra. Lo que va a ser el caso para las ondas sonoras debido a que las longitudes de ondas considerados son muchos mas grandes que el camino

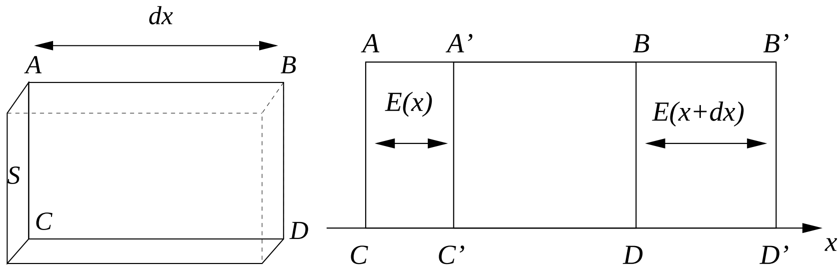


Figura 1.1: pequeño volumen de aire deformado por una perturbación

medio de las moleculas de aire. La onda sonora verifica entonces la ecuación de los gases en condiciones adiabatica es decir:

$$pV^{\gamma} = cst \rightarrow V^{\gamma} = cst/p$$

Podemos escribir esta ecuacion de otra forma:

$$p = cstV^{-\gamma}$$

y derivamos frente al volumen para obtener la variación de la presión en función del volumen:

$$\frac{dp}{dV} = -\gamma cstV^{-\gamma-1}$$

Usando las expresiones anteriores llegamos a

$$\frac{dp}{p} = -\gamma\frac{dV}{V}$$

La presión atmosférica o presión estatica se toma como presión de referencia, estudiamos pequeñas variaciones de presión entorno a esta. En este caso podemos tomar $p = p_0$. Podemos reformular la ecuación para hacer aparecer la tasa de incremento del volumen:

$$dp = -K\frac{dV}{V} \tag{1.2}$$

con $K = p_0\gamma$. Como ya hemos mancionado en la introdiucción las presiones en juego son muy inferior a la presión atmosferica, se trata de pequeñas variaciones entorno a p_0. A continuación definimos la presión como $p = dp$ por lo

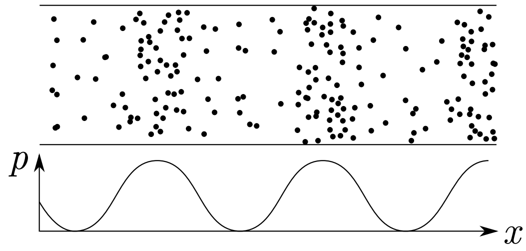


Figura 1.2: Ilustración de la propagación de una perturbación con la correspondiente presión debajo.

que podemos escribir: $p = -KdV/V$. Igualando las ecuaciones 1.1 y 1.4.3 obtenemos una relación en entre la presión local y el gradiente de la perturbación:

$$p = -K\frac{\partial \epsilon}{\partial x} \tag{1.3}$$

Esta ecuación es importante, indica que un desplazamiento de aire induce una presión proporcional al gradiente. Ahora nos interesamos a la dinámica de este volumen, es decir cual va a ser su evolución en el tiempo. Las fuerzas ejercidas sobre un pequeño volumen de fluido van ser proporcionales al gradiente de presión sobre cada uno de sus lados:

$$f = -grad(p)$$

En nuestro caso solo se ejerce una presión segun el eje x:

$$f = -S\frac{\partial p}{\partial x}dx$$

El principio de la dinamica aplicada al volumen nos asegura que la aceleración del desplazamiento $\epsilon(x)$ por la masa igualan las fuerzas (se desprecian las fuerzas debidas a la gravitación). La masa es igual a $m = \rho S dx$ con ρ la densidad volumica del gas.

$$\rho S dx\frac{\partial^2 \epsilon}{\partial t^2} = -S\frac{\partial p}{\partial x}dx$$

y simplificando:

$$\rho\frac{\partial^2 \epsilon}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial x} \tag{1.4}$$

Combinando 1.3 y 1.4 obtenemos la ecuacion de la onda plana:

$$\boxed{\rho\frac{\partial^2\epsilon}{\partial t^2} = K\frac{\partial^2\epsilon}{\partial x^2} \qquad (1.5)}$$

O de forma equivalente para la presión:

$$\boxed{\rho\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = K\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \qquad (1.6)}$$

Las soluciones de las ecuciones son de la forma:

$$f(x,t) = f_1(x - ct) + f_2(x + ct)$$

con $c^2 = K/\rho = \gamma p_0/\rho$ es la celeridad del sonido en el aire, depende del coeficiente adiabatico, de la presión estatica y de la densidad del aire. La aplicación numérica con $\gamma = 1{,}4$ $p_0 = 10000$ Pa y $\rho = 1{,}3$ Kg/m^3 da $c = 343$ m/s$^-1$.

Una manera de anotar la ecuación de onda en forma de exponencial compleja representando la suma de una progresiva y regresiva:

$$p(x,t) = Ae^{j(\omega t - kx)} + Be^{j(\omega t + kx)}$$

La relación de dispersión k se obtiene introduciendo la solución precendente con $B = 0$ en la ecuación 1.6 y derivando dos veces:

$$Aj^2k^2p = \rho/KAj^2\omega^2 p$$

despejando obtenemos la relación de dispersión $k = \omega/c$, la relación es lineal lo que significa que en general todas las longitudes de ondas viajan a la misma velocidad.

1.1.2. La onda esférica

Las ondas esfericas son el segundo tipo importante de ondas de presiones. Son creadas por fuentes pulsantes esfericas con una variación sinusoidal del diametro. La ecuación de onda deducida en el parafo anterior puede escribirse de forma mas general como:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2\nabla^2(p)$$

también llamada ecuación de Helmotz. Podemos escribir el gradiente en coordenadas esfericas, sin embargo podemos aprovechar la simetria del problema y solo tomar en cuenta la coordenada radial r:

$$\nabla^2(p) = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial p}{\partial r})$$

Para resolver la ecuacion de onda hacemos el cambio de variable $\psi = p/r$ y se sustituye en la ecuación anterior. Despúes del calculo obtenemos la ecuacion de onda:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = c^2\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} \tag{1.7}$$

Conocemos ya las soluciones de esta ecuación, son de la forma:

$$\psi(r,t) = Ae^{j(\omega t - kr)} + Be^{j(\omega t + kr)}$$

y para la presión:

$$p(r,t) = \frac{A}{r}e^{j(\omega t - kr)} + \frac{B}{r}e^{j(\omega t + kr)} \tag{1.8}$$

Tenemos una depedencia en $1/r$ de la presión lo que se traduce en una depedencia en $1/r^2$ para la energia como lo veremos en el tratamiento de la intensidad acústica. Para terminar podemos calcular la expresión de la velocidad. A partir de la ecuación (1.4) tenemos la relación entre la velocidad y la presión:

$$\rho\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial r}$$

Introducimos la expresión de una onda de presión progresiva (1.8) con $B = 0$ y suponiendo un regimen harmonico para la velocidad (es decir la velocidad oscila sinusoidalmente). Derivamos la ecuación (1.8) frente a r y la volcidad frente al tiempo, lo que equivale a multiplicar por $j\omega$:

$$\rho j\omega v = \frac{jkA}{r}e^{j(\omega t - kr)} + \frac{A}{r^2}e^{j(\omega t - kr)}$$

Tenemos la expresion de $v(t,r)$:

$$v(t,r) = \frac{kA}{\rho\omega r}e^{j(\omega t - kr)} - \frac{jA}{\rho\omega r^2}e^{j(\omega t - kr)}$$

y simplificando:

$$v(t,r) = \frac{kA}{\rho\omega r}e^{j(\omega t - kr)}(1 - \frac{j}{kr}) \tag{1.9}$$

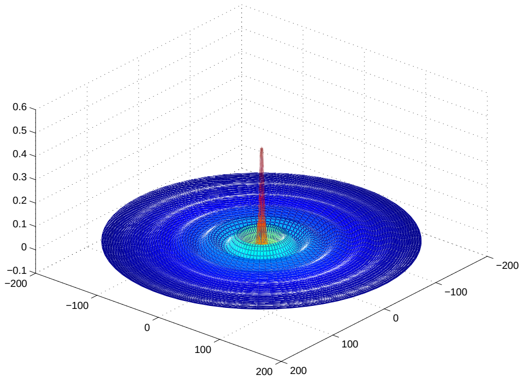


Figura 1.3: Ilustración de la propagación de una onda circular en un instante dado.

Se puede generalizar muy facilmente esta expresion para $B \neq 0$. Podemos aqui destacar dos cosas importantes. Primero el modula de la amplitud también disminuye en $1/r$. Por otro lado un termino complejo dependiendo de la distancia y del número de ondas k aparece (es el termino $(1 - j/kr)$). Existe un desfase entre la presión y la velocidad de la onda, oscilan a la misma frecuencia pero con fases distintas. Este desfase va a tener importancia cerca de la fuente ($r << 1$), donde el termino complejo domina. Las consecuencias de este desfase son al nivel de enérgía transmitida al medio. Esta noción de desfase se generaliza con la impedancia acústica.

1.1.3. La onda estacionaria

Las ondas estacionarias aparecen cuando un fenomeno oscilatorio esta confinado a un espacio delimitado. Las reflexiones o absorbciones condicionada por unas paredes en una cavidad imponen un cierto modo de vibración para la onda. Por otra parte parte esta cavidad tendra preferencias para ciertas frecuencias. Este caso se trata con mas detalle en el capitulo de acustica en arquitectura. Ahora solo vamos a calcular en un ejemplo simple de una onda acustica entre paredes de distancia x. Si suponemos las paredes puramente reflexivas entonces condiciones sobre la presion en estos puntos.

1.2. Impedancia acústica

La impedancia acústica se define como la razón de la presión y de la velocidad de desplazamiento del flujo $d\epsilon/dt = v$. Como en electricidad, expresa una relacion entre una diferencia de potencial (la presión) y un flujo (la velovidad). En general la impedencia depende del tipo de onda y del medio de propagación, se llama impedencia acústica caracteristica. Es una noción importante para las fuentes acústicas, en el cual la impedancia y la potencia radiada estan muy relacionadas.

Se puede destacar dos casos sencillos, la onda plana y la esferica.

1.2.1. Impedancia de la onda plana

Tenemos una relación entre la velocidad del flujo y la presión, se trata de la ecuación:

$$\rho\frac{\partial^2\epsilon}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial x}$$

Con la definición $d\epsilon/dt = v$ y para una onda progresiva esta ecuación para un regimen harmonico se transforma en:

$$\rho j\omega v = jkp$$

Obtenemos por fin una relación entre p y v:

$$\boxed{\frac{p}{v} = \rho c = z_c} \tag{1.10}$$

z_c se llama impedancia caracteristica de la onda plana, para el aire ρ_0 obtenemos $z_0 = \rho_0 c$.

Para una onda plana vemos que la presión y la velocidad oscilan en fase. La relación de amplitud depende del medio de propagación. La impedancia caracteristica del aire es mucha mas baja que la del agua donde las presiones son mayores pero las velocidades parecidas.

1.2.2. Impedancia de la onda esferica

Para una onda esferica la impedancia ya no es real sino aperecen otros terminos:

$$v(t,r) = \frac{kA}{\rho\omega r}e^{j(\omega t-kr)}(1-\frac{j}{kr})$$

Para una onda esferica progresiva $p(r,t) = (A/r)exp(j(\omega t - kr))$ se obtiene la relación:

$$\boxed{\frac{p}{v} = z_e = \rho c(\frac{jkr}{1+jkr}) \qquad (1.11)}$$

En este caso la impedancia depende de la distancia y aperece un termino complejo. Hay dos casos importantes: en campo cercano y en campo lejano. En campo cercano ($r << 1$) tenemos una impedancia totalmente compleja, lo que corresponde a una impedancia reactiva. No hay potencia acústica en esta zona, hay un desfasaje entre la presión y la velocidad. En campo lejano ($r >> 1$) la impedancia se puede aproximar por $z_e \simeq \rho c = z_c$ lo que corresponde a una onda plana. En campo lejano los frentes de ondas son casi plano lo que permite la aproximación de la onda plana.

1.3. El efecto Doppler

El efecto Doppler acústico aparece cuando el emisor de una onda y el observador tienen un movimiento relativo uno respecto del otro. El fenómeno consiste en un desplazamiento de la frecuencia percibida por el observador respeto a la frecuencia emitida. Este fenomeno es responsable de la diferencia de frecuencia percibida cuando se acerca un coche de policia o cuando se aleja. El problema consiste en cuantificar estos efectos.
En la figura 1.4 se presentan un esquema del emisor y del receptor. El emisor se desplaza siguiendo una recta en sentido de los x positivos a una velocidad v_s. El observador permanece quieto en el punto M. El emisor emite una onda sonora de frecuencia f_s. Las posiciones marcadas $0, 1, 2, \ldots$ representan la posición de la fuente cada vez que emite una nueva onda periodica. La relación entre la distancia d y el periodo T_s de la onda emitida es:

$$d = v_s T_s$$

Llamando a la distancia OM y $1M$, r y r' respectivamente, podemos expresar los tiempos T_0 y T_1 correspondientes a la llegada del frente de onda al punto M sabiendo que el medio de transmisión es el aire. El frente de onda emitido en la posición O llega al receptor despúes de un tiempo r/c, y por otra parte el frente de onda emitido en 1 llega al receptor un periodo despues sumado a la

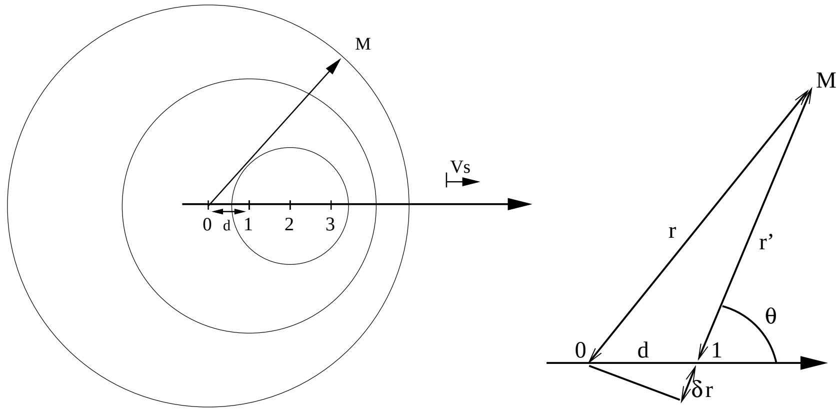


Figura 1.4: Frentes de onda generados por una fuente en movimiento y ondas percibidas por un observador situado en el punto M.

distancia sepatando los puntos OM. Podemoes expresar los tiempos como:

$$T_0 = r/c$$
$$T_1 = T_s + r'/c$$

Ayundandose de la figura 2, tenemos δr en función de v_s, T_s y θ (para r grande frente a v_sT_s)

$$\delta r = dcos(\theta) = v_sT_scos(\theta) \simeq r - r'$$

El periodo de la onda percibida por el observador es la diferencia de tiempos entre los dos frentes de onda sucesivos T_0 y T_1. El periodo del sonido observado en función de v_s, T_s, c y θ es:

$$\begin{aligned} &T_1 - T_0 = T_s + r'/c - r/c = T_s - \delta r/c = \\ &T_s - v_s/cT_scos(\theta) = \\ &T_s(1 - \tfrac{v_s}{c}cos(\theta)) \end{aligned}$$

y la frecuencia observada es:

$$f_s' = \frac{f_s}{(1 - \frac{v_s}{c}cos(\theta))}$$

Aplicación numérica: Un aficionado se encuentra en la trayectoria de un coche de formula 1 desplazandose a 250km/h. El motor gira a una velocidad de 4000rpm y emite una onda sonora de aproximativamente de 4000Hz. La frecuencia percibida por el observador cuando este se acerca y cuando se aleja es:

1.4. Energía e intensidad

1.4.1. Escala logaritmica

El oido humano tiene una sensibilidad a la potencia del sonido logaritmica (ver percepción) por lo que una medida muy util para definir la intensidad del sonido es el logaritmo de la presión acústica. Se toma como base del logaritmo la minima presión percibida por el oido, lo que corresponde a 0dB. La intensidad SPL (Sound Pressure Level) se define como:

$$\boxed{SPL = 20log(\frac{p}{p_0}) \qquad (1.12)}$$

con $p_0 = 20\mu$Pa, la presión de referencia. En esta ecuacion se toman los valores de amplitudes en rms[1]. Sobre esta escala podemos definir algunos niveles caracteristicos de la vida cotidiana:

120 db	umbral de dolor (avión)
100dB	concierto
90dB	Ruido urbano
60dB	conversación animada
0db	umbral de audición a 1000Hz

Estos valores dan una referencia de los niveles de presión de los sonidos.

1.4.2. Intensidad acústica

La intensidad acustica es el equivalente al vector de pointing para una onda electromagnetica. Mide la densidad de energia acustica por unidad de superficie superficie. La intensidad de la onda acustica puede definirse como:

$$I(r) = \frac{1}{T}\int p_r(t)u_r(t)dt \qquad (1.13)$$

La intensidad corresponde al vector de Pointing en electromagnetismo, es el flujo de energia por unidad de supericie. Para una onda plana la intensidad se

[1]Para una onda periodica la amplitud R.M.S (Root Mean Square) se define como: $p_{rms} = 1/T\int_0^T p^2(t)dt$.

mide como:

$$I_p = \frac{1}{T}\int p(t)(p(t)/\rho c)dt = \frac{p^2}{\rho c} = \rho c u^2 = pu[W \cdot m^{-2}]$$

Para una onda esferica las expresión en un punto difiere un poco, usamos unicamente la siguiente ecuación:

$$I_e = \frac{1}{T}\int p(t)u(t)dt = \frac{1}{T}\int \frac{1}{\rho c}(1 - \frac{j}{kr})p(t)p(t)dt \simeq \frac{p^2}{\rho c}$$

para $kr >> 1$. La intensidad de la onda decrece en función de la distancia en $1/r^2$ para una onda esferica. Para determinar la potencia de la fuente se integra la intesendidad sobre toda la superficie radiada:

$$P = \int_S I(r)dS \tag{1.14}$$

Para obtener la potencia total de la onda esférica integramos la intesidad I_e sobre toda la superficie:

$$P = \frac{4\pi r^2 p(r)^2}{\rho c}$$

Esta expresión es obviamente indepediente de r dado que se conserva la potencia total de la onda.

Al igual que para la presión podemos definir una escala logaritmica a partir de la intensidad de una onda con I_0 la minima intensidad percibida:

$$\boxed{L_I = 10log\Big(\frac{I}{I_0}\Big)} \tag{1.15}$$

con $I_0 = 10^{-12}\ W \cdot m^{-2}$ la intesidad de referencia. Para ondas planas la medida en presión y en intensidad no difieren mucho, sin embargo para cierto tipo de ondas como las ondas estacionarias, la presión puede ser alta en amplitud pero la intensidad es baja debido a las ondas incidentes y reflejadas que se cancelan.

1.4.3. Energía

Para determinar la densidad de energía emitida por una fuente acústica se necesita a la vez la energia cinetica de la onda de presión y la energia potencial (interna) de la moleculas del gas.

La energía cinética por unidad de volumen se puede determinar a partir de la velocidad de la presión como:

$$e_k = \frac{1}{2}\rho(\int v(t)dt)^2$$

Con ρ la densidad volumica del gas en cuestíon. La integral calcula la velocidad media del gas. Para una onda plana el resultado se calcula facilmente tomando una presión oscilando en el tiempo $p(t) = Asin(rk - \omega t)$, con esta presión tenemos:

$$e_k = -\frac{1}{2\rho_0 c^2}p^2 \tag{1.16}$$

Para determinar la energia potencial de un volumen V_0 tenemos la primera ley de la thermodinámica, la cual enuncia que un cambio de energia interna es igual a menos el trabajo del sistema

$$e_p = -\frac{1}{V_0}\int_V^{V_0} pdV$$

La energia aumenta cuando la presión aumenta, por otra parte para una onda plana habiamos determinado la relación entre la presión y el volumen:

$$dp = -K\frac{dV}{V_0}$$

introduciendo en la precedente podemos calcular la energia potencial para una onda plana, tenemos que tener cuidado en la integral a cambiar los limites, integramos de p_0 a p:

$$e_p = -\frac{1}{K}\int_{p_0}^{p} pdp$$

para una presión de referencia nula $p_0 = 0$ (cuidado a no cunfundir con la presión estatica) tenemos la energia potencial:

$$e_p = \frac{1}{2K}p^2 \tag{1.17}$$

La densidad de energia se expresan entonces como la suma de la energia potencial y cinetica:

$$e = \frac{1}{2}\rho_0(u^2 + \frac{p^2}{\rho^2 c^2}) \tag{1.18}$$

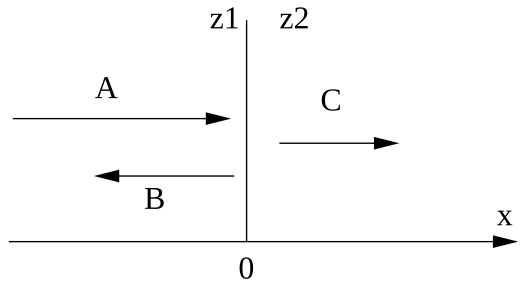


Figura 1.5: Onda reflejada y transmitida en una interfaz entre dos medio de impedancia z_1 y z_2.

Para tener la energia media conviene promediar esta expresion sobre un periodo de la onda:

$$E = \frac{1}{T}\int_0^T edt = \frac{1}{2}\frac{pu}{c} = \frac{1}{2}\rho_0 u^2 \tag{1.19}$$

para una onda plana.

1.5. Reflexion, interfaces

En esta parte estudiamos el efecto de transimisión y reflexión cuando la onda de presión pasa de un medio a otro. El ejemplo mas tipico es la transición del aire al agua. Sin embargo se puede aplicar a otros fluidos, como por ejemplo capas de aire con un gradiente de temperatura.

1.5.1. Reflexion, transmisión

Como ejemplo paradigmatico comentamos los cambios que una onde plana sufre cuando cambia de media cuyas impedancias son distintas, una onda incidente de amplitud A a la interfaz tiene una parte reflejada de amplitud B y una parte transmitida C. Suponemos la onda incidente normal al plano de la interfaz, ver fig 1.5. En la interfaz $x = 0$ las velocidades de los fluidos tienen que cumplir la condición:

$$-v_B(0) + v_A(0) = v_C(0)$$

la velocidad siendo una cantidad orientada. Lo mismo para la presiones tenemos en la interfaz la condición:

$$p_B(0) + p_A(0) = p_C(0)$$

lo que se traduce en una condición sobre la amplitud de las respectivas ondas: $B + A = C$ Tenemos una relación entre las presiones y las velocidades para este tipo de ondas, usando la impedancia de la onda plana: $z_1 = p_A/v_A$, $z_1 = p_B/v_B$ y $z_2 = p_C/v_C$. Con estas tres ecuaciones obtenemos:

$$-p_B(0)/z_1 + p_A(0)/z_1 = p_C(0)/z_2$$

implicando una nueva condición sobre las amplitudes:

$$(A - B)/z_1 = C/z_2$$

A esta altura podemos definir el coeficiente de transmisión como la relación entre la amplitud de la onda incidente y la de la onda transmitida:

$$T = \frac{C}{A} \tag{1.20}$$

y el coeficiente de reflexión como:

$$R = \frac{B}{A} \tag{1.21}$$

Para la onda plana entre dos fluidos obtenemos la relación de reflexion y transmisión en función de la impedencia usando las dos condiciones sobre la amplitud ($A + B = C$ y $(A - B)/z_1 = C/z_2$):

$$R = \frac{z_2 - z_1}{z_1 + z_2} \tag{1.22}$$

y

$$T = \frac{2z_2}{z_1 + z_2} \tag{1.23}$$

Se puede comentar varios casos de transmisión y reflexión:

- $z_1 < z_2$ y $z_1 > z_2$, hay reflexion y transmisión de ondas en fase o en antifase según la impedancia.

- $z_1 = z_2$, no hay reflexión como lo confirma la intuición, el medio es continuo.
- $z_1 << z_2$, $z_1 >> z_2$ la reflexión es casi total.

Para tener una medida de la potencia transferida de un medio a otro conviene usar las relaciones de transmisión y reflexión en intensidades:

$$R_I = \frac{I_B}{I_A} = \frac{p_B^2}{p_A^2} = |R^2| \tag{1.24}$$

y

$$T_I = \frac{I_C}{I_A} = \frac{v_C p_C}{v_A p_A} = \frac{p_C^2/z_2}{p_A^2/z_1} = \frac{z_1}{z_2}|T^2| \tag{1.25}$$

Ejemplos de impedancia acústica caracteristica	
Aire	413 (Pa.s/m) con 20C
Agua dulce	1494 (Pa.s/m) con 20C
Agua salada	1569 (Pa.s/m) con 20C
Aceite de oliva	1320 (Pa.s/m) con 20C
Madera (pino)	1570 (Pa.s/m)

Fuente: Onda Corp
`http://www.ondacorp.com/tecref_acoustictable.html`

1.5.2. Ley de Snell de la acústica

Cuando la onda acustica ya no incide sobre un plano pero formando un cierto angulo con la normal (ver Fig. 1.6) tenemos una relación entre los angulos de la onda transmitida y la onda incidente similar a la ley de Snell en

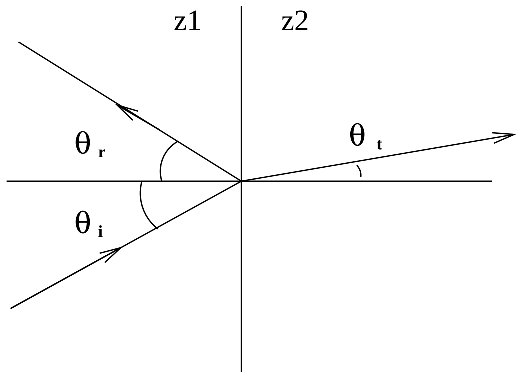


Figura 1.6: Relación de los angulos de transmisión entre un medio y otro.

optica:

$$\frac{sen(\theta_i)}{c_1} = \frac{sen(\theta_t)}{c_2} \tag{1.26}$$

El seno del angulo de la onda transmitida va a ser modificada por la relación de celeridad de la onda de un medio a otro.

1.6. Fuentes acústica y propagación

En este capitulo veremos varias fuentes acusticas sencillas que permiten aproximar fenomenos de objetos radiante como los altavoces o instrumentos sencillos que no dependen mucho de la geometria.

1.6.1. La esfera pulsante

Es la fuente mas sencilla, se trata de una pequeña esfera suyo diametro a tiende a cero. El caudal volumetrico generado por esta esfera se expresa como:

$$q_a(t) = 4\pi a^2 v_a(t)$$

con $v_a(t)$ la velocidad de pulsación. Esta fuente genera obviamente ondas esfericas, hemos calculado antes la expresión de la presión y de la velocidad del fluido como:

$$p(r) = \frac{A}{r} e^{-jkr} \tag{1.27}$$

$$v(r) = \frac{A}{\rho c r}(1 - \frac{j}{kr})e^{-jkr} \tag{1.28}$$

En esta expresión hemos dejado de lado el termino de oscilación temporal $e^{j\omega t}$ dado que no depende de la distancia. Podemos identificar el parametro A igualando la velocidad en a con la expresión $v_a(t) = q_a(t)/4\pi a^2 = v(a)$. tenemos:

$$q_a(t) = 4\pi^2 v(a) = 4\pi a^2 \frac{A}{\rho c a}(1 - \frac{j}{ka})e^{-jka}$$

Para un diametro muy pequeño es decir $ka << 1$ podemos aproximar esta expresión por:

$$q_a(t) \simeq \frac{-4\pi a^2 A j}{\rho c a^2 k}$$

La amplitud de la onda generada es entonces:

$$A = \frac{j\rho c k}{4\pi} q_a(t)$$

La presión y la velocidad en función de la distancia se expresan como:

$$p(r) = \frac{j\rho c k}{4\pi} q_a(t) e^{-jkr} \tag{1.29}$$

$$v(r) = \frac{jk}{4\pi r} q_a(t)(1 - \frac{j}{kr})e^{-jkr} \tag{1.30}$$

Esta fuente emite la misma intensidad en todas las direcciónes, se llama una fuente omnidireccional. Para hallar la potencia de esta fuente se integra la intensidad $I = p_{rms}(r)v_{rms}(r)$ sobre toda la superficie. La potencia de tal fuente depende mucho de la frecuencia:

$$P = \frac{\rho \omega^2 Q^2}{8\pi c}$$

con Q la amplitud rms del caudal volumetrico $q_a(t)$. Esta expresión depende fuertamente de la frecuencia, lo que explica la baja eficiencia de radiación para los sonidos graves. Para tener una potencia razonable en los graves se necesita aumentar el caudal. La mayoria de los instrumentos “grave” como el contrabajo, los tambores de orquestas o altavoces de bajos tienen un tamaño apreciable. Ademas, esto explica también el tamaño de los altavoces. Los grandes tienen un tamaño grande (woofers, subwoofers, boomers...) cuando los altavoces para frecuencias altas son relativamente pequeños.

Podemos generalizar estas ecuaciones cuando la fuente ya no tiene un diametro que tiende a cero. Los calculos son similares y obtenemos la expresión de la presión:

$$p(r) = \frac{v\rho c a^2 k}{r}\Big(\frac{ka + j}{k^2a^2 + 1}\Big)e^{-jk(r-a)} \tag{1.31}$$

con v la velocidad de pulsación de la fuente y para la potencia:

$$P = \frac{2\pi\rho c a^4 k^2 v^2}{k^2a^2 + 1}$$

Todavía hay una fuerte depedencia de la frecuencia pero tambíen del diametro de la fuente.

La **impedancia de radiación** de una fuente. Es la impedencia mecanica de una fuente, es decir la relación entre la presión y la velocidad de desplazamiento en la superficie. Esta impedancia representa de cierto modo la resistencia que el aire opone a las vibraciones de la fuente. Esta cantidad permite estimar el comportamiento de la fuente en función de la frecuencia. Se define por:

$$Z_r = \frac{Sp}{v}\Big|_a \tag{1.32}$$

donde S es la superficie del objeto radiante.

Para nuestra esfera pulsante de diametro a se calcula la impedancia compleja a partir de la presión y de la velocidad calculada antes en la ecuación (1.31):

$$Z_r = S\rho c\Big(\frac{k^2a^2 + jka}{k^2a^2 + 1}\Big) \tag{1.33}$$

Otra vez obtenemos una expresion compleja. Depediendo de la frecuencia y del diametro, la fuente puede tener comportamientos reactivos o activos. Si seperamos la parte imaginaria de la parte real obtenemos:

$$\boxed{Z_r = S\rho c\Big(\frac{k^2a^2}{1 + k^2a^2} + j\frac{ka}{1 + k^2a^2}\Big) \qquad (1.34)}$$

Para explicar el comportamiento en función de la frecuencia dibujamos en la figura 1.7 la parte real y la parte imaginaria de la impedancia de radiación.

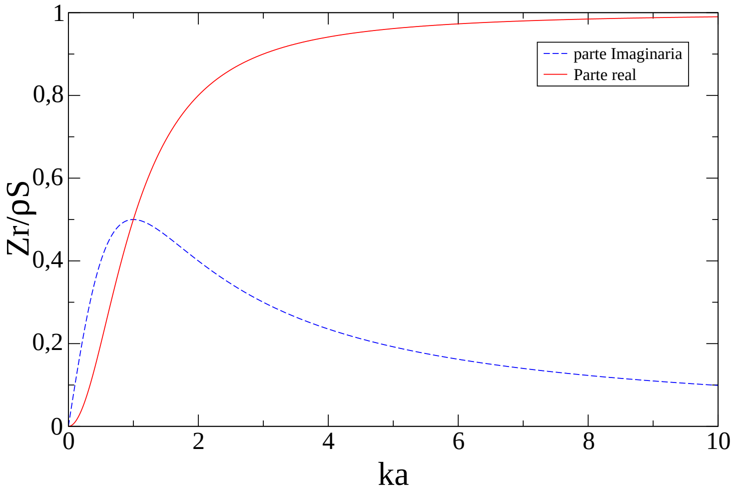


Figura 1.7: Parte imaginaria y real de la impedancia de radiación de la esfera. Se normaliza la impedancia por la densidad multiplicada por la superficie de la esfera. La impedancia se dibuja en función del diametro por el numero de ondas. Para $ka >> 1$ tenemos también $a >> \lambda$, es decir que el diametro es grande frente a la longitud de onda y la impedancia es real, toda la energía se transmite al medio. Para $ka << 1$ tenemos $a << \lambda$ y la impedancia decrece rapidamente, ademas de tener una parte imaginaria superior a la parte real. En este caso hay intercambio de energía entre la fuente y el medio.

Podemos destacar varios comportamientos, primero en baja frecuencia la parte real crece rapidamente con ka, la parte imaginaria también crece y tenemos una potencia reactiva importante. La potencia activa representa la potencia que se transmite realmente al medio. La potencia reactiva representa la energia almacenada por el medio y que se devuelve luego a la fuente. En baja frecuencia, la longitud de onda suele ser mayor que el diametro a de la fuente y las ondas generadas son esfericas. Cuando la longitud de onda disminuye frente al diametro de la fuente, la parte real satura y tenemos un comportamiento de tipo onda plana, la parte imaginaria disminuye hasta desaparecer.

La impedancia esta muy relacionada con la potencia acústica radiada, se puede estimar la potencia activa y reactiva por:

$$P = v^2 Z_r \tag{1.35}$$

Para la potencia acústica activa radiada tenemos:

$$P_a = v^2 S\rho c \frac{k^2a^2}{1 + k^2a^2} \tag{1.36}$$

con v la velocidad de la fuente. Esta velocidad va a depender del caudal de la fuente y de su radio como lo hemos especificado al principio de esta sección.

1.6.2. El dipolo

El dipolo va a ser nuestro primer modelo de altavoz sin apantallar. Un altavoz sin bafle crea un onda de presión en su parte delantera al mismo tiempo que provoca una depresión en su parte trasera. Este modelo, para longitudes de ondas grandes frente al diametro del altavoz, es equivalente a dos esferas pulsantes separadas por una distancia dx y pulsando en oposicion de fase (figura 1.8).

En la figura 1.8 se puede apreciar un esquema del dipolo dispuesto verticalmente con una fuente con un caudal de amplitud Q y el otro de amplitud $-Q$. En un punto M del plano tenemos la suma de las dos fuentes como:

$$p(r) = \frac{j\rho ck}{4\pi}\Big(\frac{e^{-jk(r+dr)}}{r + dr} - \frac{e^{-jkr}}{r}\Big)Q$$

para $a << r$ podemos expresar la diferencia de trayecto $dr = acos\theta$, ademas tenemos el limite:

$$lim_{dr\to 0}\frac{f(r + dr) - f(r)}{dr} = f'(r)$$

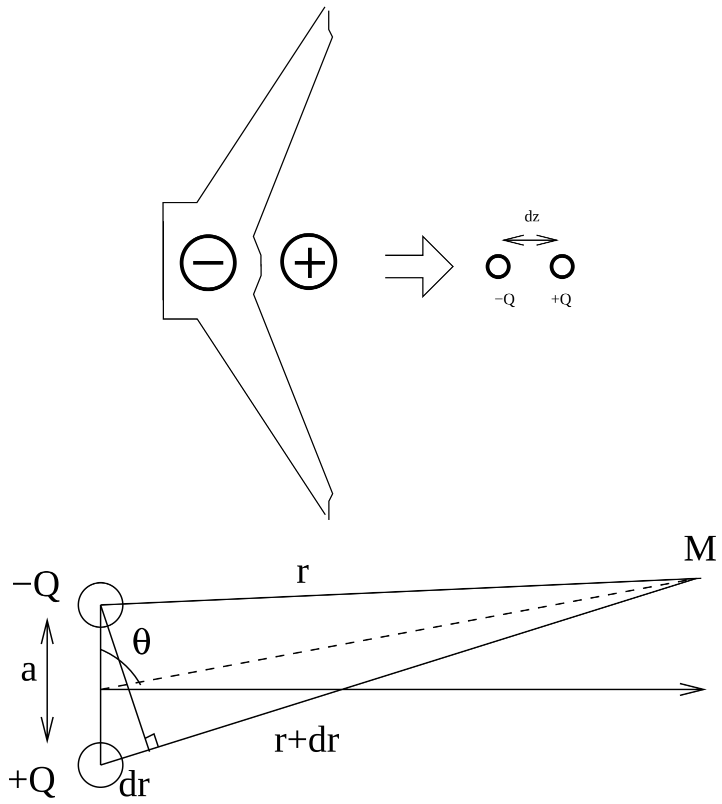


Figura 1.8: modelo del altavoz sin bafle para bajas frecuencias.

por lo que podemos escribir:

$$p(r) = \frac{j\rho\omega k}{4\pi}\Big(1 - \frac{j}{kr}\Big)Qdr\frac{e^{-jkr}}{r}$$

Al final obtenemos

$$p(r) = \frac{j\rho\omega k}{4\pi}\Big(1 - \frac{j}{kr}\Big)\frac{e^{-jkr}}{r}\mu cos\theta$$

Con $\mu = Qa$ el momemto dipolar de la fuente y $d = acos\theta$. La función depende del angulo θ, podemos separar las dos contribuciones de la presión: $p(r,\theta) = f(r)h(\theta)$, $h(\theta) = cos(\theta)$ donde h se llama función de directividad.

1.6.3. Directividad

Esta función representa la amplitud de la radiación en función del angulo θ. Se define de manera general como:

$$\boxed{h(\theta) = \frac{p(\theta)}{p(axis)}} \tag{1.37}$$

Es decir la relación entre la presión sobre el eje y la presión siguiendo el angulo θ. Esta función es indepediente de la distancia y del tiempo, pero puede variar con los parametros del modelo. Es una función muy util para ver en que dirección esta radiada la potencia y también se puede definir en escala logaritmica como:

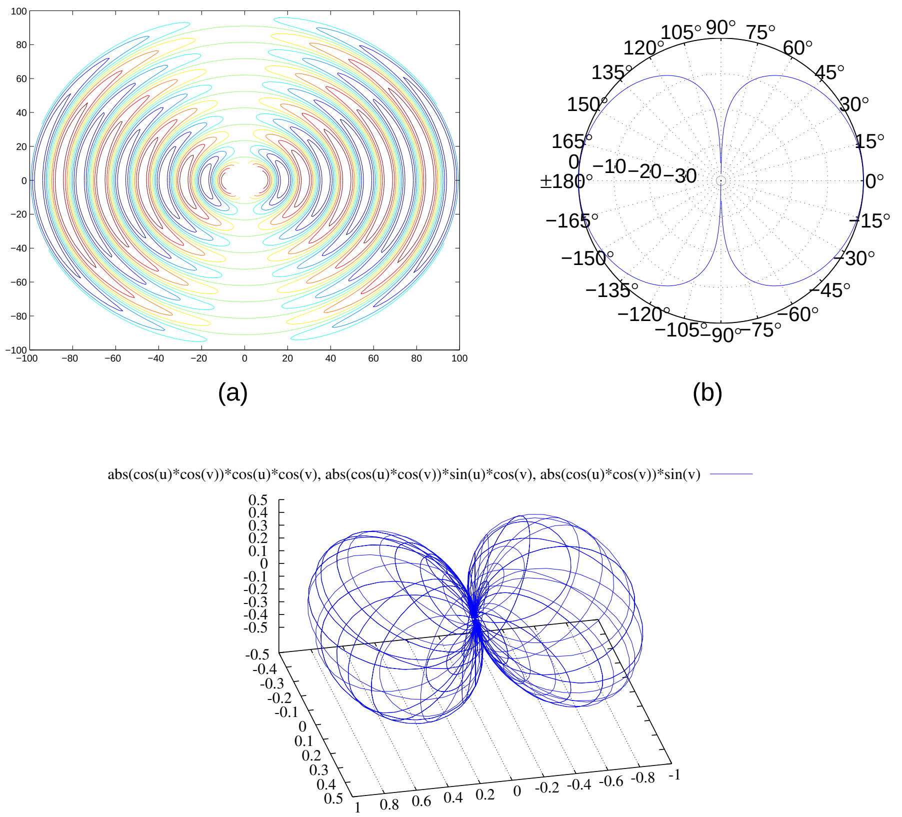
$$H_{dB}(\theta) = 20log\Big(\frac{p(\theta)}{p(axis)}\Big) \tag{1.38}$$

Por otra parte podemos definir el factor de directividad de una fuente como:

$$\boxed{Q = \frac{I_{axis}(r)}{I_{media}(r)}} \tag{1.39}$$

Es la relación entre la intensidad según el eje de emisión (generalmente donde la potencia de emisión en maximal) partido por la intensidad media de emisión. Cuando este factor vale uno la fuente es omnidireccional. Por ejemplo para la voz el factor de directividad es mas o menos igual a la unidad hasta 1000Hz y sube con la frecuencia.

La directividad para la fuente precedente, es decir el dipolo, esta representada en la figura 1.9, en la cual se observa una presión nula el eje del dipolo. Corresponde a una altavoz sin bafle dado que las ondas de presión se cancelan según este eje.



(a) (b)

(c)

Figura 1.9: Directividad del dipolo en un plano (b) dibuajdo con un ejemplo de onda de presión con una directividad dipolar (a). En la figura (c) dibujamos la directividad en tres dimensiones. La directividad del dipolo es por ejemplo tipica de un diapasón o de un altavoz sin apantallar.

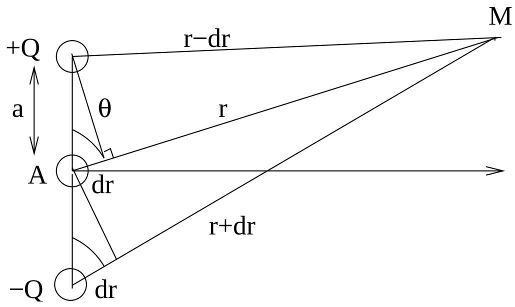


Figura 1.10: Esquema de una fuente cardioide.

1.6.4. Fuente cardiode

Se pueden obtener otros tipos de fuente añadiendo un monopolo entre el dipolo anterior. Si se coloca entre las dos fuentes del dipolo una fuente de amplitud de radiación $A = -jkaQ$ como indicado en la figura 1.10

Se procede de la misma manera sumando las presiones en el punto M.

$$p(r) = \frac{j\rho ck}{4\pi}\Big(\frac{e^{-jk(r+dr)}}{r+dr} - \frac{e^{-jk(r-dr)}}{r-dr} - jka\frac{e^{-jkr}}{r}\Big)Q$$

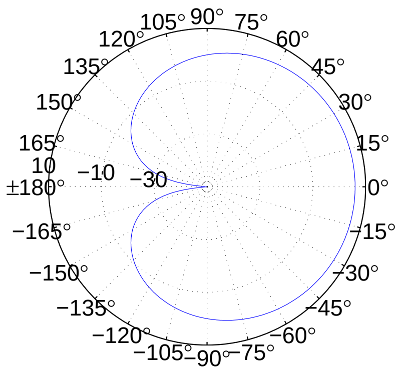
Factorizando y llevando al limite estas expresiones obtenemos:

$$p(r) = \frac{j\rho ck}{4\pi}\Big(-jk(dr+a) + dr/r\Big)\frac{e^{-jkr}}{r}Q$$

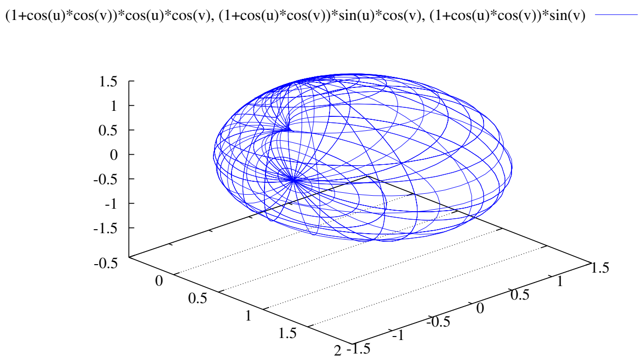
para el campo lejano, es decir para $r >> dr$ y $dr = acos\theta$:

$$p(r) = \frac{\rho ck}{4\pi}a(1+cos\theta)\frac{e^{-jkr}}{r}Q$$

Ahora la función de directividad es $f(\theta) = 1 + cos\theta$ lo que corresponde a la directividad de muchos microfonos. Esta curva tan caracteristica permite captar (o emitir) el sonido en un unico emisferio, es util por ejemplo para grabar una unica fuente y descartar a otras intereferencias. Estas funciones de directividad son importantes en el diseño de altavoces o de otro tipo de transductor acústico. Es importante saber donde se concentra la energia en función de la frecuencia para poder adaptar la respuesta en función del auditor.



(a)



(b)

Figura 1.11: Diagrama de directividad de una fuente cardioide en un plano y en tres dimensiones

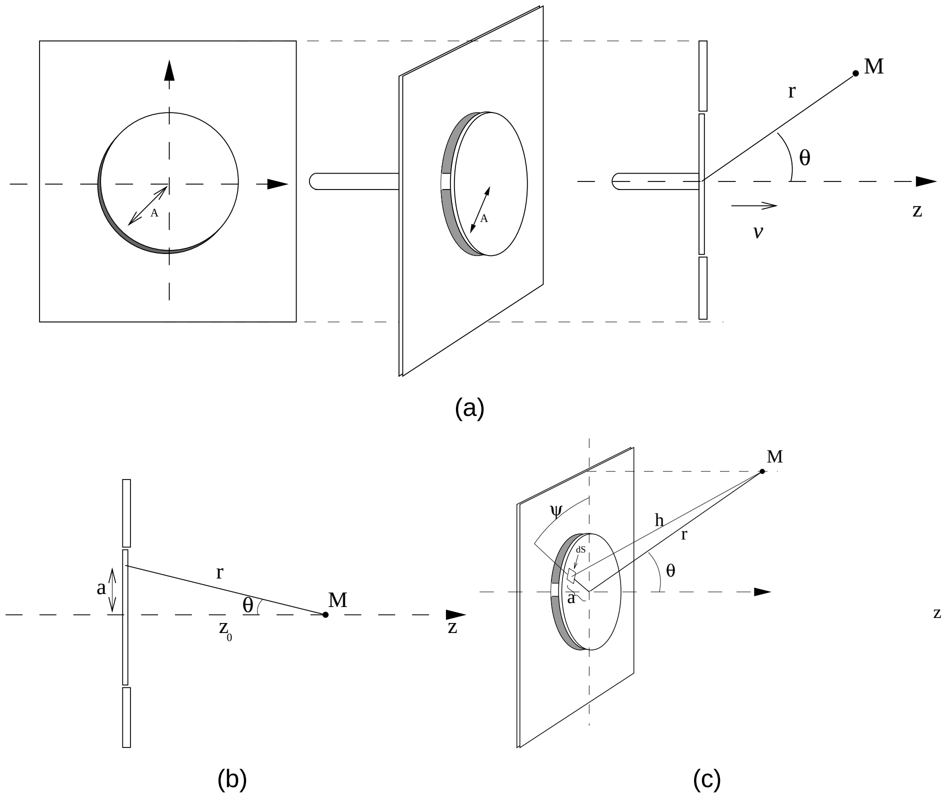


Figura 1.12: Esquema del piston apantallado.

1.6.5. El piston apantallado

Este fuente consiste en un piston circular vibrando sobre un plano infinito. Este modelo corresponde a una aproximación del cono de un altavoz apantallado. El bafle del altavoz puede considerarse como una pantalla infinita dado que su papel es impedir el corto-circuito acustico, es decir que la onda de presión creada en la parte posterior del altavoz no cancele la presión creada delante. Hemos visto antes que un altavoz sin bafle tenia un comportamiento dipolar. El piston se presenta en la figura 1.12. La velocidad de deslazamiento del piston es v_a. Para calcular la presión generada en un punto r del semi-espacio (el espacio esta partido en dos por la pantalla) se considera que cada elemento de superficie dS del piston se comporta como una fuente dipolar. La presión elemental creada por este dipolo es:

$$dp(r) = \frac{j\omega\rho v_a}{4\pi}\frac{e^{-jkr}}{r}$$

y para obtener la presión se integra la expresión sobre toda la superficie del disco:

$$p(r,\theta) = \frac{j\omega\rho v_a}{4\pi}\iint_S \frac{e^{-jkr}}{r}dS$$

En el caso general esta ecuación es dificil de resolver, pero se puede calcular la integral en dos casos simplificados. El primer caso consiste en calcular la presión a lo largo del eje z (ver figura 1.12.b). La distancia del punto M al elemento de superficie dS se expresa como $r = \sqrt{a^2 + z_0^2}$ y gracias a la simetria del problema la integral de superficie se puede escribir como:

$$p(z_0) = \int_0^A \int_0^{2\pi} a\frac{e^{-jk\sqrt{a^2+z_0^2}}}{\sqrt{a^2+z_0^2}}d\theta da = \frac{\rho c v_a}{4}(e^{-jk\sqrt{a^2+z_0^2}} - 1)$$

Para los otros puntos del espacio el problema tiene una solución analitica para el campo lejano es decir $r >> a$ con a el radio del piston. Siguiendo la notación de la figura 1.12.c podemos entonces aproximar h proyectando primero el segmento a sobre el eje vertical lo cual es igual a $a\sin\psi$ y consiguente se estima la diferencia de marcha entre los dos trayectos h y r por

$$r - h \simeq asin\psi cos\theta$$

El elemento de puperficie dS produce entonces una presión elemental dP:

$$dp(r) = \frac{j\omega\rho v_a}{4\pi}\frac{e^{-jkh}}{r}dS$$

tenemos por otra parte podemos escribir $dS = adad\psi$:

$$dp(r) = \frac{j\omega\rho v_a}{4\pi}\frac{e^{-jkr}}{r}e^{jka\sin\psi\cos\theta}adad\psi$$

Integrando sobre toda la superficie del disco obtenemos la presión creada por el piston en todo punto:

$$p(r) = \frac{j\omega\rho v_a}{4\pi}\frac{e^{-jkr}}{r}\int_0^a\int_0^{2\pi} ae^{jka\sin\psi\cos\theta}dad\psi \quad (1.40)$$

$$p(r) = \frac{j\omega\rho v_a}{4\pi}\frac{e^{-jkr}}{r}\Big(\frac{2J_1(ka\sin\theta)}{ka\sin\theta}\Big) \quad (1.41)$$

Con $J1$ la función de Bessel de primer especie y de orden 1. La función de directividad aqui es mas compleja que los precedentes ejemplos:

$$\boxed{h(\theta) = \frac{2J1(ka\sin\theta)}{ka\sin\theta}} \tag{1.42}$$

Además esta funcion depende de la frecuencia de la onda y del radio del piston.

En la figura 1.13 dibujamos varios ejemplos de diagramas de directividad para un radio de 10cm y para tres longitudes de ondas. Se puede observar que para una longitud de onda baja (1 metro) el piston radia en todas las direcciones. Pero en cuanto aumente la frecuencia de la onda sonora el sistema se vuelve muy directivo. Las figuras también representan la presión alrededor del piston. La amplitud de esta decrece en $1/r$ a medida que se expande la onda acústica.

Impedancia de radiación La impedancia de radiación del piston es la relación entre la fuerza ejercida por el piston con relación a la velocidad del fluido alrededor. Esta cantidad nos sera muy utíl a la hora de modelizar los altavoces porque da una estimación de la impedancia de radiación de un altavoz en un bafle. Los calculos son muy complejos y daremos aqui solo el resultado con las aproximaciones estandares:

$$Z_{ar} \simeq \rho_0 c\pi a^2 (1 + j\frac{2c}{\pi a\omega}) \tag{1.43}$$

para $\omega >> c/2a$, y

$$Z_{ar} \simeq \rho_0 c\pi a^2 (\frac{a^2\omega^2}{2c^2} + j\frac{8a\omega}{3\pi c}) \tag{1.44}$$

para $\omega << c/2a$. Para el detalle de los calculos ver (Morse 1961). Podemos notar que para frecuencias altas ($\omega >> c/2a$) que la parte real de la impedancia no depende de la frecuencia, esta saturada. Cuando para frecuencias bajas la impedancia crece con ω^2. La potencia radiada del piston es directamente relacionada con la impedancia de radiación. Cuando la impedancia es alta la resistencia a la vibración es alta y hay mas potencia acústica. Cuando lo que vibra no encuentra resistencia entonces no hay casi potencia emitida. En la figura 1.14 tenemos una representación grafica de la impedancia de radiación del piston apantallado. Tenemos la formula exacta así como las aproximaciones precedentes superpuestas. Se puede observar que las aproximaciones son correctas en sus regiones respectivas (ka « 1 y ka »1).

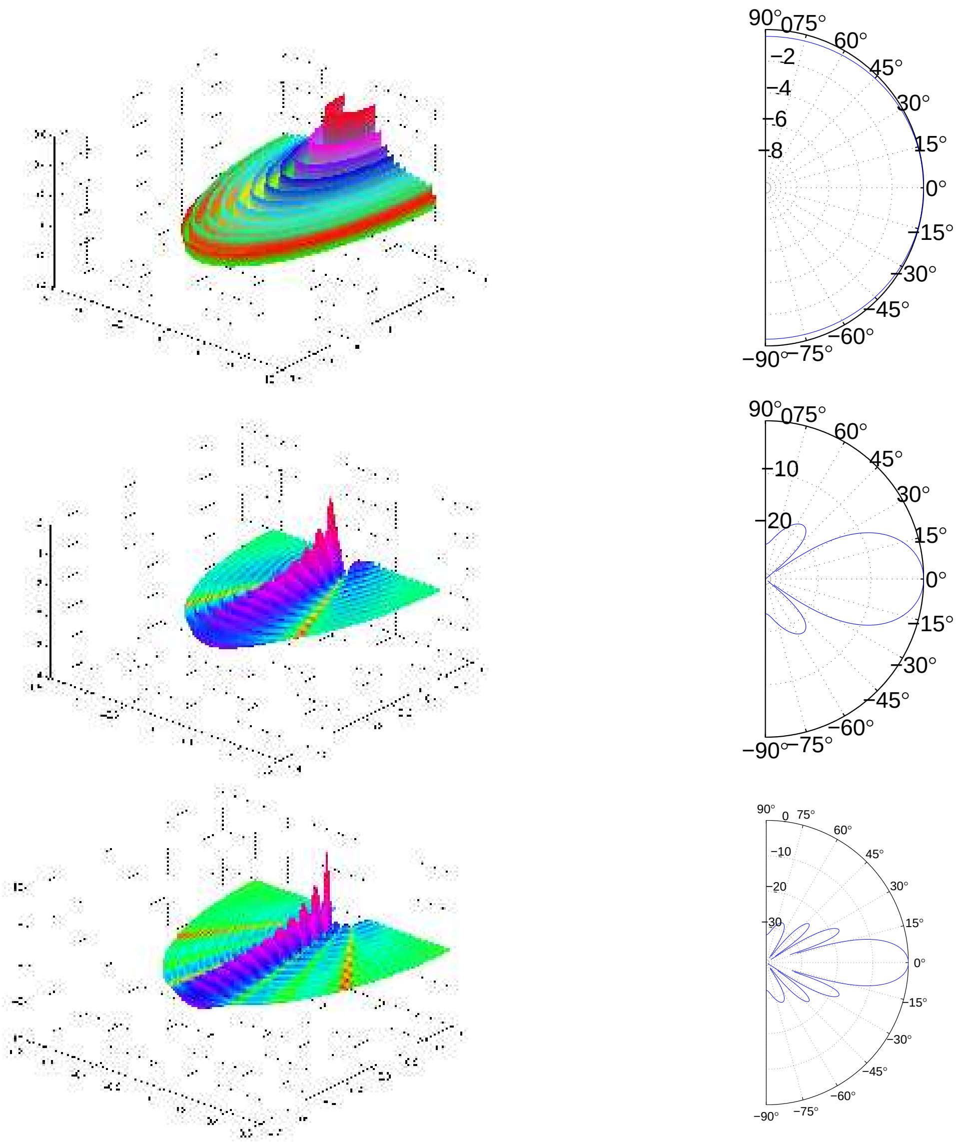


Figura 1.13: Diagrama de directividad en dB para $A = 0{,}1$m y tres longitudes de ondas: $\lambda = 1$m (arriba), $\lambda = 0{,}1$m y $\lambda = 0{,}05$m (abajo). Las figuras en tres dimensiones proporcionan la presión del pistón en tres dimensiones para $r \in [0{,}5; 2]$m, la presión tiene una depedencia de la amplitud en $1/r$.

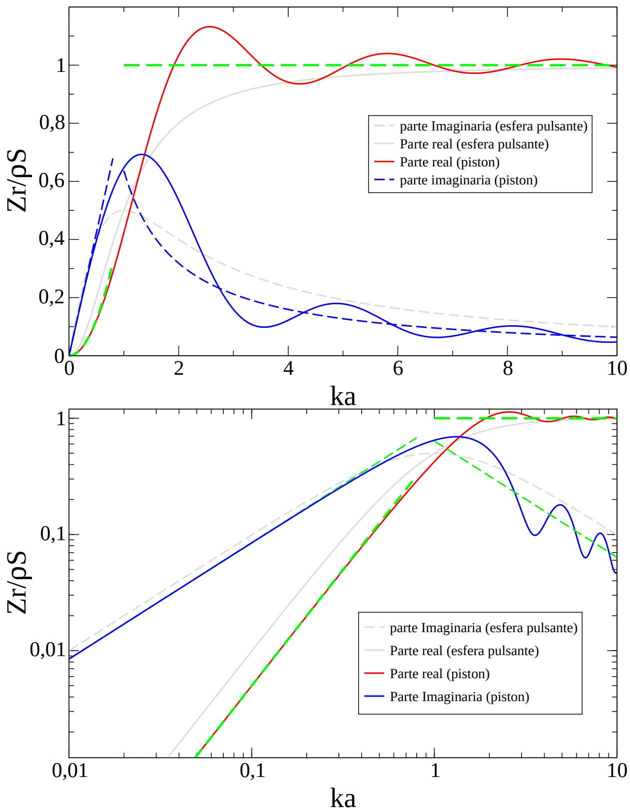


Figura 1.14: Impedancia de radiación del piston apantallado junto con las aproximaciones en baja frecuencia y en alta frecuencia (lineas discontinuadas). En la misma figura hemos dibujado la impedancia de radiación de la esfera pulsante. Abajo representamos la misma figura en escala log-log.

1.7. Ejercicios

1. Presión y Intensidades.

   Una onda plana de amplitud: $p_{rms} = 2 \cdot 10^4$Pa vibra en el agua. En el agua tenemos $z_a = 1{,}48 \cdot 10^6$Pa.s.m^{-1}. Calcular la intensidad de la onda. Calcular la presión acústica de la misma onda en el aire. Calcular la relación entre la presión del agua y la del aire.

   Una fuente de sonido en el aire radia ondas esfericas a 400Hz y con una potencia acústica de 10mW. Calcular a la distancia de 0.5m: la intensidad, la amplitud de la presión, la velocidad y la amplitud del desplazamiento.

2. Interfaces

   El agua tiene una densidad $\rho = 1000$kg.m^{-3} y un coeficiente $\gamma p_a = 2{,}2 \cdot 10^9$N.m^{-2}. Calcular la celeridad del sonido en el agua. Para una onda plana calcular el coeficiente de transmisión del aire al agua. Dar también el coeficiente de transmisión de intensidad en dB.

3. Intensidades

   ¿Dado una onda plana de 40dB de intensidad, de que factor tiene que aumentar la presión para aumentar la intensidad de 10dB?

4. Fuente monopolar

   Una fuente puntual de caudal 25 l.s^{-1} pulsa a 1000hz. Dar la potencia acústica. Calcular la intensidad y la presión a 8m. Dar la potencia de otra fuente de 500Hz para obtener la misma intensidad que la otra fuente.

   La impedancia de radiación determina en un cierto sentido la potencia radiada en función de la distancia. Para una fuente monopolar de radio a tenemos la expresión de esta impedancia (ver texto). Discutir el efecto de esta impedancia sobre la potencia en campo cercano y en campo lejano.

5. Fuente dipolar

   Calcular el factor de directividad de la fuente dipolar a partir de la intensidad sabiendo que esta toma la forma: $I(r,\theta) = \alpha(r)\cos^2(\theta)$ con α una función de la distancia.

Misma pregunta con la fuente cardioide con la intensidad: $I(r,\theta) = \alpha(r)(1+\cos(\theta))^2$.

A partir de la expresión de la presión de la fuente dipolar calcular la velocidad en función de la distancia y del angulo.

6. Piston plano

7. Ejemplos aplicados

   Un concierto en el aire libre produce un sonido de 60dB SPL a 3km del lugar del evento. El altavoz se puede considerar como una fuente monopolar emitiendo en un semi-emisferio. Calcular la potencia acústica de la fuente. ¿Sabiendo que el rendimiento del atavoz es de 1 % cual es la potencia electrica de alimentación?

   Un sonar de un barco emite un breve impulso de un sonido debajo del agua y capta la respuesta 3 milisegundo despues de la empiezo del imulso. ¿Cual es la profundidad del fondo?

   ¿Para un sonar que rango de frecuencias se usan? ¿Altas o bajas? ¿Porque?

   Imaginar un experimento para medir la velocidad del sonido en el agua sobre un lago.

   ¿Cual es el desplazamiento en frecuencia de una sirena de coche de policia de 500Hz cuando este se acerca a 60km por hora?

Capítulo 2

Analogías acústicas

Existe distintos formalismos para tratar de la física de fluidos. Hasta ahora hemos usado ecuaciones diferenciales para resolver la ecuación de onda o para representar la radiación de ciertas fuentes. Sin embargo para otros problemas de acústica existe otro formalismo que resulta mas comodo. Se trata de la analogía electrico-acústica en la cual los distintos elementos de un circuito acústico estan representados por circuitos electricos. En los circuitos equivalentes ya no circulan corrientes de electrones sino velocidad de flujo.

Presentamos a continuación las analogias mas utiles para realizar calculos mas rapidamente.

Capítulo 3

Electroacústica

En este capitulo presentamos los principios de la transducción electroacústica. La transducción es la transformación de una señal electrica en una señal acústica. No todos los transductores emiten sonidos audibles. Por ejemplo existen muchos sistemas aprovechando los ultrasonidos, como los sonars o las ecografias. En la figura 3.1 enseñamos un esquema de las sucesivas transformaciones de la señal acústica. Primero la señal electrica es tratada y transformada en un movimiento mecanico. El movimiento mecanico se transmite luego al medio con un difusor. Aqui decribiremos los transductores mas importantes y mas comunes que son los altavoces y los microfonos.

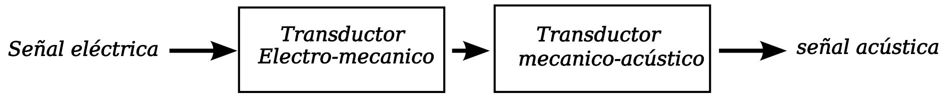


Figura 3.1: Figura de principios de la transducción electroacústica

Capítulo 4

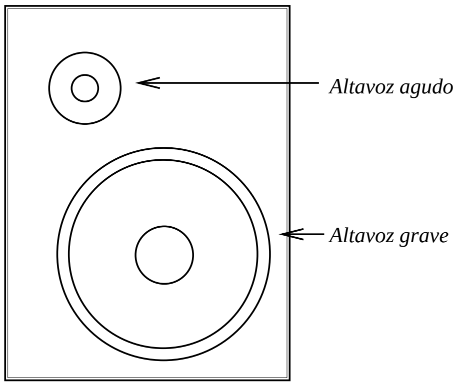
El altavoz electrodinámico

El altavoz electrodinámico es posiblemente el transductor acústico mas usado en el mundo. Este dispositivo permite transformar una señal electrica en una onda de presión audible. El principio del funcionamiento se basa en el principio de la fuerza de Laplace, es decir que una corriente en un hilo circulando en un campo magnetico uniforme provoca una fuerza en el hilo conductor. Para poder transformar las señales electricas se coloca una bobina en un campo y los desplazamientos de la bobina se transmiten al aire por medio de un cono. Un esquema del altavoz electrodinámico se encuentra en la figura 4.1. El dispositivo combina entonces tres elementos basicos, un imán, una bobina y el cono. El altavoz se divide en tres partes lógicas: la parte electrica, la parte mecanica y la parte acústica. Es un sistema electromecánico.

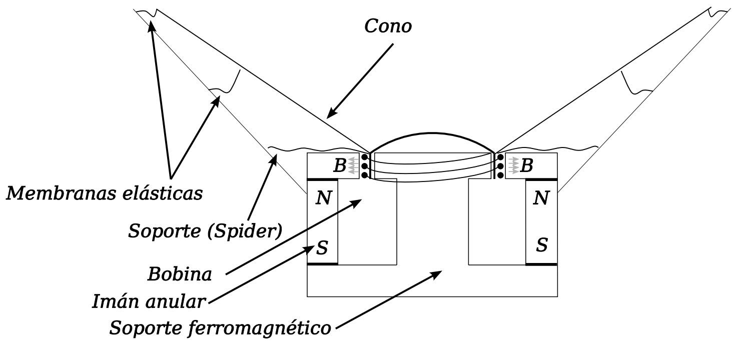
4.1. Impedancia eléctrica

La parte mas sencillo del altavoz consiste en la parte electrica, la cual se puede modelizar sencillamente considerando la bobina. Tenemos la fuente de la señal electrica (tipicamente un amplificador), la inductancia de la bobina, su resistencia y por fin un fuerza electromotriz inducida.

Este fuerza electromotriz es debida a la ley de Lenz, la velocidad de desplzamiento del conductor en el campo magnetico provoca una fuerza sobre los electrones que se opone a la causa que le ha dado lugar. La ley de Lenz se formula como: $F = qv \times B$ con el campo magnetico B perpendicular la velocidad de desplazamiento (ver figura 4.2) y se resume como $F = qvB$ con q la carga de un elemento dS del hilo. Por otro lado en un conductor podemos

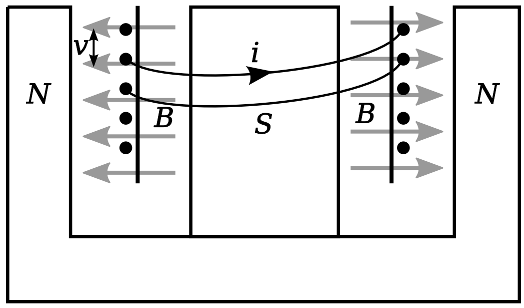


(a)

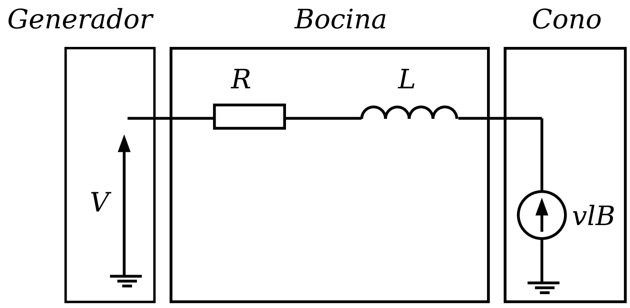


(b)

Figura 4.1: (a) Esquema de un altavoz con bafle, en general encontramos dos o tres altavoces en el mismo bafle. (b) Esquema del altavoz electrodinámico.



(a)



(b)

Figura 4.2: (a) Esquema de la base del altavoz, la bobina y el iman. (b) Esquema eléctrico equivalente del altavoz.

considerar que el campo electrico se expresa como $F = q\varepsilon$. Por lo cual el desplazamiento de la bobina provoca la creación de una f.e.m en el circuito tal que $e = \int_0^l \varepsilon dl = v(t)lB$. Se desprecian los efectos debidos a las capacidades parasitas entre los hilos de la bobina. A partir del esquema de la figura 4.2 podemos escribir la impedancia electrica del altavoz cuando este funciona en regimen harmonico:

$$V - (jL\omega + R)i - vlB = 0 \tag{4.1}$$

notamos la impedancia electrica del altavoz el termino:

$$Z_e = jL\omega + R \tag{4.2}$$

La impedancia nominal dada por el constructor corresponde con R y depende de la longitud de la bobina y de la section del hilo. En general para aplicaciones audio este valor oscilla entre unos Ohmios hasta pocas decenas de Ohmios.

4.2. Impedancia mecánica

Para obtener la impedancia mecánica necesitamos hacer el balance de las fuerzas presentes sobre el sistema bobina/cono dado que son solidarios. Para ello contamos todas las fuerzas presentes en el sistema:

- Fuerza de Laplace ejercida por el alambre en el campo magnetico. Dado que el campo magnetico es constante (tenemos un imán) y que la longitud del hilo es l la fuerza total sobre el alambre es: $F = Bli$.

- Las membranas elasticas ejercen una fuerza sobre el cono similar a la de un muelle, la fuerza resulta ser $F_m = -kx$ con x el desplazamiento del cono según el eje vertical en la figura 4.2.

- Los rozamientos del aire no son despreciables, las velocidades de vibración son elevadas. Por lo tanto se aplica una fuerza de rozamiento proporcional a la velocidad de desplazamiento: $F_r = -fv$ con v la velocidad del sistema y f un coeficiente que depende de la geometria.

- Para terminar se toman en cuanta la fuerzas resultantes de la presiónes acústica a ambos lados del altavoz, $F_a = pS$. La presión p va a depender de muchos parametros como la geometria del altavoz, el entorno, la frecuencia ect. S es la superficie de la membrana. Esta expresión se puede escribir también como: $F_a = -Z_r v$ con Z_r la impedancia de radiación del sistema. Como aproximación se puede tomar la impedancia del pistón apantallado calculada antes.

En la figura 4.3 enseñamos un equivalente esquematico del altavoz. Por un lado tenemos el corte del altavoz y a la derecha el equivelente mecanico de cada de sus partes. Los muelles corresponden a la elasticidad de los soportes, los pistones representan las diversas fuerzas de rozamiento. En ultimo representamos la impedancia de radiación como intermedia entre el cono y el aire. Esta representación permite clarificar el papel de cada elemento y su función al nivel mecánico.

Ahora que tenemos todas las fuerzas presentes podemos aplicar el principio de la dinámica al sistema bobina/cono:

$$m\frac{dv}{dt} = Bli - kx - fv - Z_r v$$

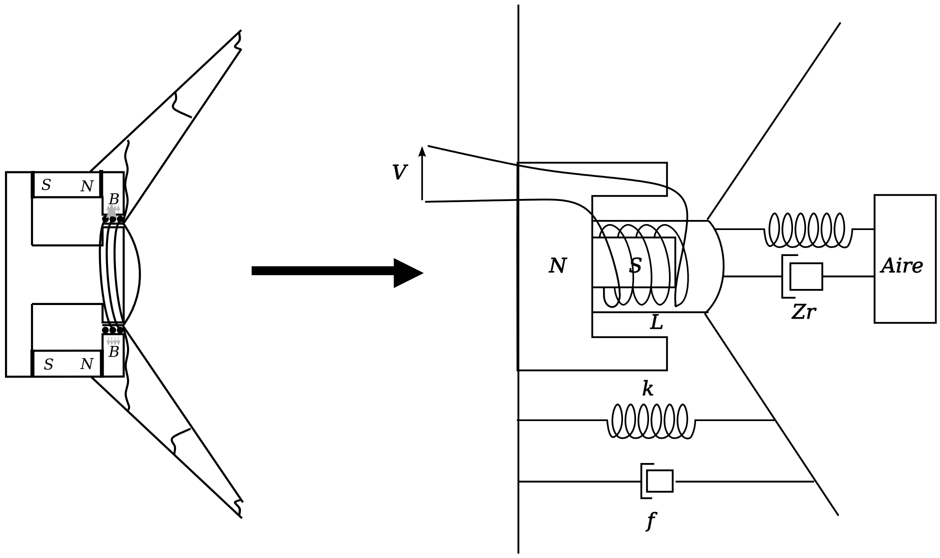


Figura 4.3: Equivalente esquematico del altavoz eletrodinámico. Tenemos a la izquierda una un corte de un altavoz y a la derecha el equivalente al nivel de dinámica de cada uno de los componentes. Tenemos en la derecha los muelles corresponden a la elasticidad del bafle y el piston los rozamientos. Tenemos ademas una masa de aire que el cono empuja y esta representado por una masa unida por un muelle y un pistón.

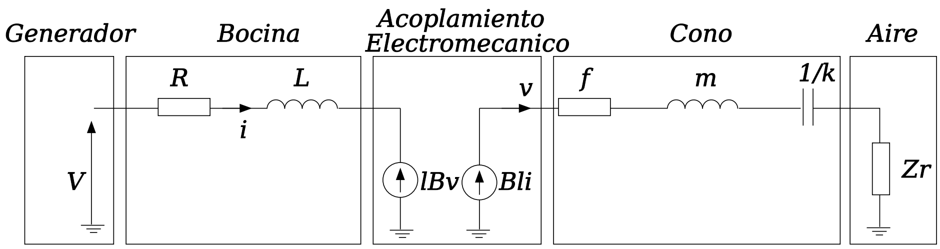


Figura 4.4: Esquema electro-mecánico equivalente completo del altavoz. La bocina se modeliza con una resistencia en serie con una inductacia. El sistema mecanico se compone de la masa del cono m, los rozamientos f así como la constante elastica k de los soportes. El acoplamiento electromecanico se puede representar también por un transformador de corriente a velocidad de relación de transformación Bl

En regimen harmonico la expresión se simplifica en:

$$mj\omega v = Bli - \frac{k}{j\omega}v - fv - Z_r v$$

despejando la expresión tenemos:

$$v(mj\omega + \frac{k}{j\omega} + f + Z_r) = Bli$$

Definimos la impedancia mecanica como:

$$Z_m = mj\omega + \frac{k}{j\omega} + f \tag{4.3}$$

La velocidad se expresa sencillamente por:

$$v(Z_m + Z_r) = Bli \tag{4.4}$$

La precedente ecuación diferencial se puede también representar en forma de un circuito electrico en el cual la velocidad de la membrana juga el papel de la intensidad en el circuito electrico. Estas analogias entre circuitos electricos y mecanicos son muy practicas a la hora de calcular funciones de transferencia de un sistema electroacústico. El esquema completo de la impedancia del altavoz se muestra en la figura 4.4 donde representamos la impedancia electrica y mecanica. Notese que los generados de fuerza electromtriz pueden considerarse como un transformador de corriente a velocidad con relación de transformación Bl.

Gracias a esta expresión y con la ayuda de la ecuación (4.1) podemos ahora determinar la función de transferencia total del sistema.

4.3. Función de transferencia

Ahora nos interesa obtener la impedancia total del sistema, es decir queremos expresar la tensión V en función de i para caracterizar el altavoz. Para llegar a esta expresión necesitamos las ecuaciones (4.1) y (4.4).

$$\begin{cases} v(Z_m + Z_r) = Bli \\ V - Z_e i - vlB = 0 \end{cases}$$

Después del calculo obtenemos la siguiente formula:

$$V = \left(Z_e + \frac{(Bl)^2}{Z_m + Z_r} \right) i \tag{4.5}$$

Es la impedancia total que se puede medir a partir de la tensión eléctrica. El factor Bl es el factor que permite el acoplamiento electro-mecánico, es el elemento que hace el puente entre los dos dominios. Por otra parte es un parametro importante en el diseño de los altavoces y se conoce también como el factor de fuerza. Este factor acopla las impedancias mecanicas y electricas en a figura 4.4. A partir de este equema podemos llegar a la misma ecuación (4.5).

Como veremos adelante es posible medir la impedancia del altavoz experimentalmente. A partir de esta medida de impedancia podemos obtener mucha información sobre las caracteristicas del altavoz.

4.4. Potencia y rendimiento

Para estimar la potencia de un altavoz en primer estancia podemos usar el modelo del piston plano apantallado para lo cual existe una expresión aproximada de la impedancia de radiación como hemos visto en el primer capítulo:

$$Z_{ar} \simeq \rho_0 c \pi a^2 (1 + j \frac{2c}{\pi a \omega}) \tag{4.6}$$

para $\omega >> c/2a$, y

$$Z_{ar} \simeq \rho_0 c \pi a^2 (\frac{a^2 \omega^2}{2c^2} + j \frac{8 a \omega}{3 \pi c}) \tag{4.7}$$

para $\omega << c/2a$. Representamos en la figura 4.5 la impendancia de radiación normalizada a $\rho_0 c/S$ con $S = \pi a^2$ para estas aproximaciones así como la solución exacta de la impedancia del piston. Notese que las aproximaciones son bastante exactas en sus dominios de validez es decir para $ka << 1/2$ y $ka >> 1/2$. En la misma figura hemos dibujado la impedancia de radiación de la esfera pulsante. La aproximación de la esfera pulsante es también satisfactoria en bajas frecuencias y en altas frecuencias. Entremedio la aproximación deja de ser valida y la referencia a la solución exacta es necesaria.

La potencia irradiada por el altavoz total se expresa como:

$$P = |v_m|^2 Z_{ar} \tag{4.8}$$

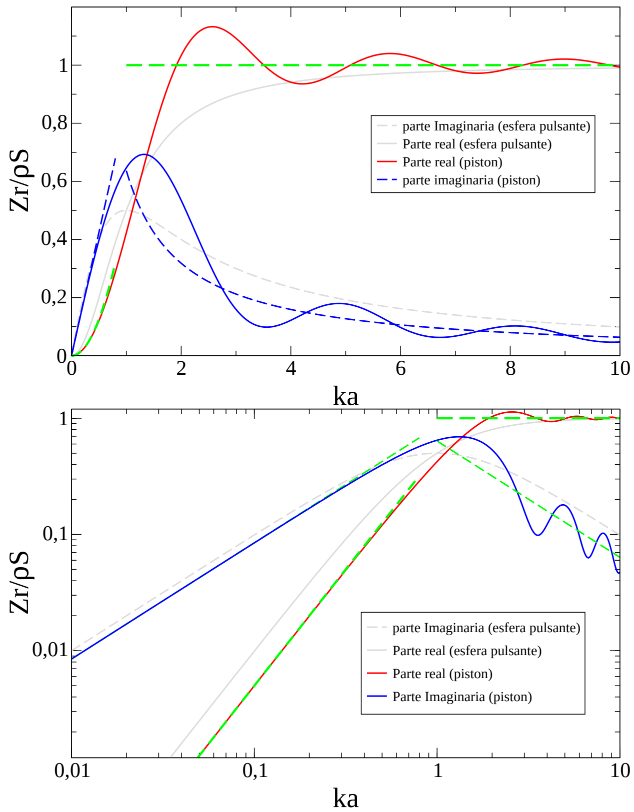


Figura 4.5: Impedancia de radiación del piston apantallado junto con las aproximaciones en baja frecuencia y en alta frecuencia (lineas discontinuadas). En la misma figurahemos dibujado la impedancia de radiación de la esfera pulsante. Abajo representamos la misma figura en escala log-log.

Con v_m la velocidad en valor eficaz de la membrana. La potencia tiene entonces una parte real, la potencia activa y una parte imaginaria, la potencia reactiva. La potencia real corresponde al flujo de energia que se transmite al medio. La potencia reactiva corresponde a la energia almacenada en el entorno del altavoz y de esta energía una parte se disipa en el medio y otra vuelve a la membrana. Corresponde también al desfase entre la presión y la velocidad del fluido.

Para calcular la potencia real radiada por el altavoz consideramos la potencia total:

$$P_r = |v_m|^2 R_{ar} \tag{4.9}$$

La velocidad de la membrana se puede obtener a partir de las ecuaciones anteriores para el altavoz (4.1) y (4.4), despues de un calculo sencillo tenemos para la velocidad:

$$v_m = \frac{VBl}{(R + jL\omega)(mj\omega + k/(j\omega) + f + Z_{ar}) + (Bl)^2} \tag{4.10}$$

Por lo tanto podemos expresar la potencia del altavoz con:

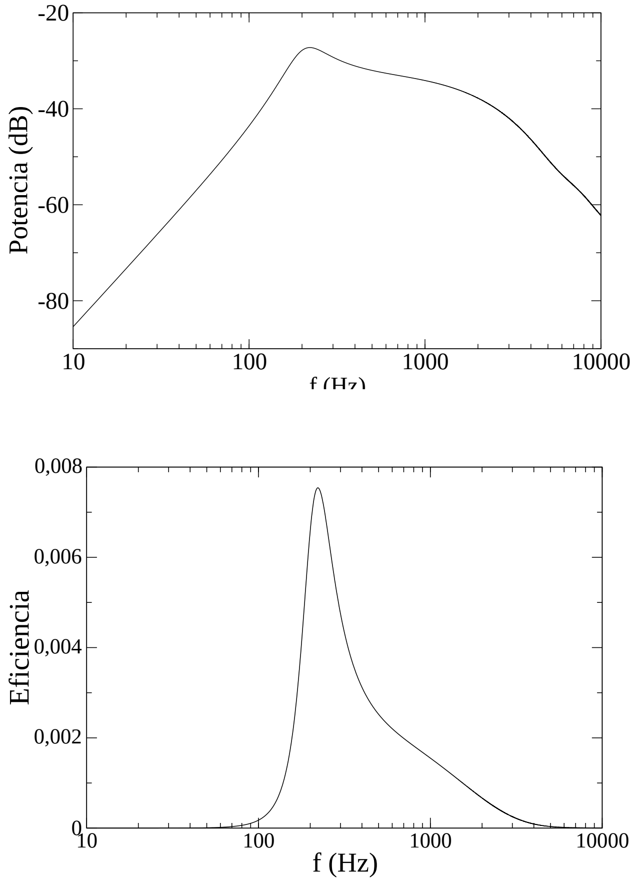
$$P_r = \left| \frac{VBl}{(R + jL\omega)(mj\omega + k/(j\omega) + f + Z_{ar}) + (Bl)^2} \right|^2 2R_{ar} \tag{4.11}$$

Esta expresion depende de la frecuencia y de los parametros del altavoz. La potencia se puede aproximar en baja frecuencia y en alta frecuencia con las formulas anteriores de la impedancia de radiación. En la figura 4.6 enseñamos un ejemplo de simulación numérica de potencia de un altavoz pequeño.

El rendimiento corresponde en la relación entre la potencia acustica radiada y la maxima potencia electrica suministrada por la fuente:

$$\eta = \frac{P_r}{P_e} = \frac{P_r}{V^2/R} = \left| \frac{\sqrt{R}Bl}{(R + jL\omega)(mj\omega + k/(j\omega) + f + Z_{ar})} \right|^2 2R_{ar} \tag{4.12}$$

El rendimiento del altavoz también va a depender de la frecuencia de la onda. Tenemos que recordar aqui que las formulas precedentes son validas para un piston rigido sobre un plano infinito, lo que esta lejos de corresponder al caso real. La membrana del altavoz no vibra de manera uniforme, es decir como un sola pieza, sino que aperecen modos de vibraciones complejos depediendo de la frecuencia. Zonas distintas de la membrana pueden vibrar y oscilar con fases distintas. Estas vibraciones pueden llegar a cancelarse y afectar el patron de radiación.



(b)

Figura 4.6: Simulación numérica de la potencia de una altavoz pequeño con los parametros siguiente: $R = 4\Omega$,$L = 3{,}3 \cdot 10^{-4}$H,$V = 1$Volt, $Bl = 5$, $m = 0{,}01$kg, $k = 1{,}6 \cdot 10^{4}$N.m^{-1}, $f = 0{,}5$, $a = 0{,}04$m. Esta simulación esta basada en la aproximación lineal del piston apatantallado. En la figura b) tenemos la eficiencia en función de la frecuencia. Se observa que la mayor eficiencia se encuentre alrededor de la resonancia mecanica del altavoz. Ademas podeoms notar que la eficiencia de este tipo de altavoz es bajisima, del orden de un 1 %.

4.5. Parametros de Thiele-Small

Los parametros de Thiele-Small son un conjunto de datos que caracterizan un altavoz. Estos permiten estimar el comportamiento del altavoz en ciertas condiciones, es decir cuando $ka << 1$ con a el radio del altavoz y para potencias relativamente bajas. Es decir estos parametros se deducen de una aproximación lineal del altavoz como la que hemos desarrollado antes. La realidad es como siempre mucho mas compleja.

Los parametros de Thiele-Small para un altavoz son:

1. f_m la frecuencia de resonancia mecanica del altavoz.

2. Q_e el factor de calidad electrico en la frecuencia de resonancia.

3. Q_m el factor de calidad mecánico en la frecuencia de resonancia.

4. Q_t el factor de calidad total del altavoz.

Hemos calculado la frecuencia de resonancia antes, esta se obtiene facilmente a partir de los parametros del altavoz:

$$f_m = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

el factor de calidad de un altavoz se deduce de la relación entre la impedancia en la

$$Q_e = \frac{2\pi f_m Rm}{k(Bl)^2}$$

$$Q_m = \frac{2\pi f_m m}{f}$$

4.6. Identificación de los parametros

Con la función de transferencia anterior se puede medir la tensión y la corriente del altavoz y luego identificar esta función de transferencia. raEl montaje de la figura 4.7 nos muestra una manera de grabar las señales del altavoz. El dispositivo es el siguiente: primero se conecta el altavoz a una fuente de

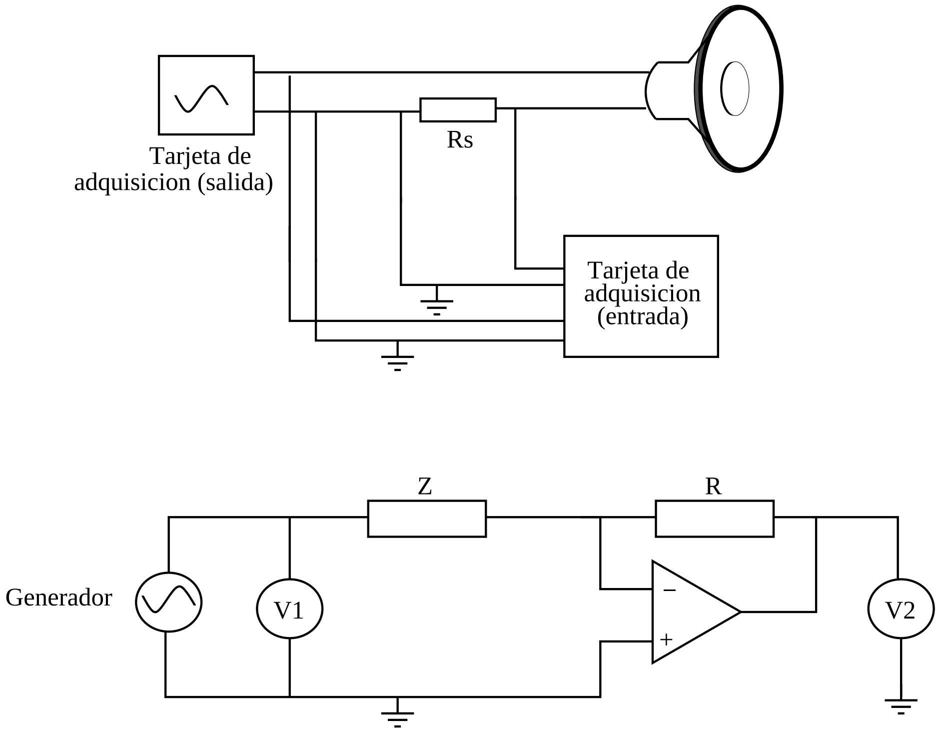


Figura 4.7: Esquema para identificar los parametros de un altavoz. Arriba el metodo con una resistencia en serie, se graba despúes las señales de entrada y la tensión en la resistencia para estimar la corriente. Abajo se enseña el segundo montaje, mas eficiente en el cual se usa un amplificador operacional con una masa virtual. El amplificador compensa la corriente que fluye en la resistencia R y esta corriente es la misma que en el altavoz. Se graban las dos tensiones V_1 y V_2 para obtener la tension y la corriente en el la impedancia Z, en nuestro caso es el altavoz.

señal sinusoidal como por ejemplo un generador de señales o la salida de una tarjeta de sonido para PC programada para emitir una señal sinusoidal. Para medir la impedancia en función de la frecuencia existen varios montajes, el mas sencillo consiste en innserta en serie una resistencia muy baja (1Ω) y se deriva la corriente a partir de la ley de Ohm y de la tensión en esta resistencia. El otro montaje que usaremos se llama medidas de impedencia con puente de compensación. El esquema se muetra en la figura 4.7 y un convertidor corriente a tension se usa, también se aprovecha la masa virtual del amplificador operacional. La tensión recuperada es propocional a la corriente $V(t) = Ri(t)$. Para la generación y la grabación de estas señales usamos una tarjeta de adquisición de datos con un canal de salida y dos canales de entrada (ver figura 4.7). También esta señal se podria grabar por ejemplo con un canal de entrada de una tarjeta de sonido, pero en este caso hay que calibrar la tarjeta de sonido. Se hace un barido de toda las frecuencias audibles (o hasta la frecuencia maxima de muestreo de la tarjeta) y se tratan las señales con transformadas de Fourier o de Hilbert. Recuperamos de esta forma la tension y la corriente necesaria para calcular la impedancia. Primero transformamos las dos señales con la transformada de Hilbert que permite describir la envolvente compleja de una señal real[1]:

$$\hat{I} = \mathcal{H}(i(t)) \tag{4.13}$$

$$\hat{V} = \mathcal{H}(v(t)) \tag{4.14}$$

La impedancia compleja se escribe entonces como:

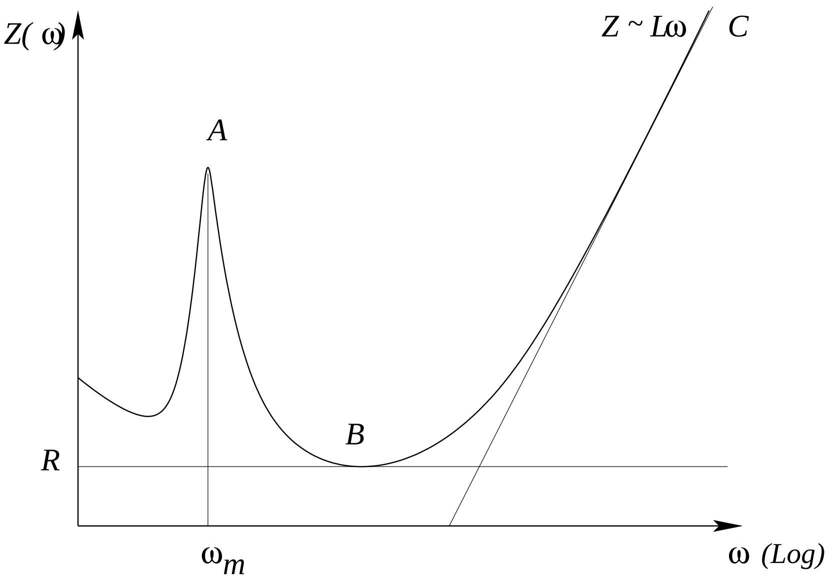
$$\hat{Z} = \frac{\hat{V}}{\hat{I}} \tag{4.15}$$

Este dispositivo se puede montar facilmente y las señales se pueden generar con un programa informático. En la figura 4.8(b) tenemos un ejemplo de impedancia compleja obtenida con este metodo experimental[2].

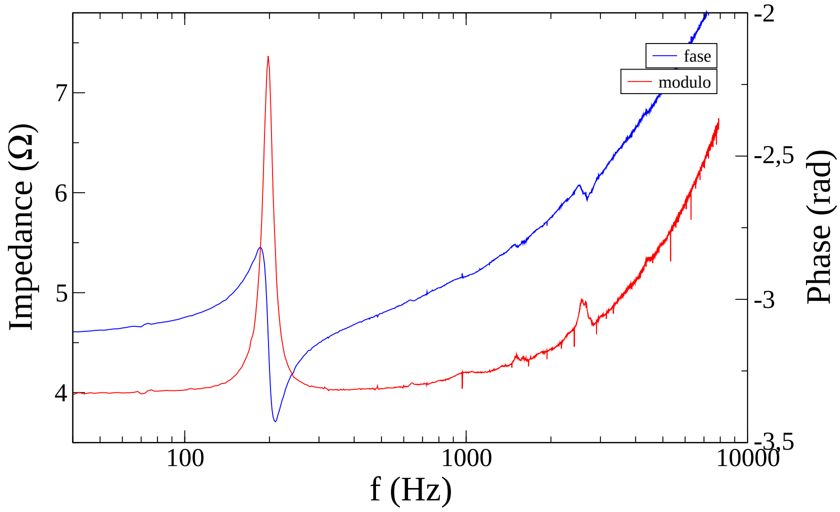
La curva de impedancia característica de un altavoz se puede observar en la figura 4.8. Se pueden observar en esta curva varias zonas de comportamientos. La primera marcada A en la figura corresponde a la resonancia mecánica del sistema. La resonancia mecanica inteviene cuando el termino

[1]La transformada de Hilbert se define como $\widehat{s}(t) = \mathcal{H}\{s\} = (h * s)(t) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{s(\tau)}{t-\tau}\, d\tau$ con una integral en componentes principales de Cauchy.

[2]En la practica se puede usar también la función `tfe` de matlab para calcular funciones de transferencia.



(a)



(b)

Figura 4.8: (a) Esquema del modulo de la impedancia del altavoz. (b) Medidas del modulo y de la fase de un altavoz a partir de un análisis de la función de transferencia de la corriente y de la tensión. Características del altavoz: 1W, 4Ω, 7.5cm de diametro. Se observan varias características típicas de un altavoz tales como la resonancia mecánica y el comportamiento inductivo en alta frecuencia.

Z_m de la ecuación (4.5) es minimo. Es decir cuando la frecuencia minimiza la impedancia mecánica:

$$Z_m(\omega) = mj\omega + \frac{k}{j\omega} + f$$

Cuando el terminos $mj\omega + \frac{k}{j\omega}$ se anula encontramos la expresión de la pulsación de resonancia mecánica:

$$\omega_m = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{4.16}$$

Adémas la impedancia vale en este punto:

$$Z(\omega_m) \simeq R + \frac{(Bl)^2}{f + Z_r} \tag{4.17}$$

Se desprecian los efectos inductivos dado que la frecuencia de resonancia mecanica es relativamente baja. La impedancia de radiación se puede estimar gracias al modelo del piston apantallado dado con las ecuaciones (1.43) y (4.4)

En la segunda zona marcada B tenemos la banda útil del altavoz, y en el minimo tenemos el punto en el que la parte imaginaria de la impedancia se anula. En este punto la impedancia vale

$$Z_m(B) = R$$

Buscando el minimo de la función de transferencia podemos obtener la resistencia del bobinaje.

En el punto C son los efectos inductivos que priman, en este parte la impedancia es proporcional a la inductancia de la bobina:

$$Z_m(C) \simeq L\omega$$

Ahora proponemos la medida de los parametros de Thiele y Small como propuesto en el articulo de Small [**?**]. Primero buscamos la impedancia maxima en el punto A asi como la frecuencia de resonancia equivalente, llamamos esta impedancia r_0. Buscamos en segundo lugar las frecuencias f_1 y f_2 tal que la impedancia en estos puntos valga $R\sqrt{r_0}$. Se puede demostrar que tenemos:

$$Q_m = \frac{f_m\sqrt{r0}}{f_2 - f_1} \tag{4.18}$$

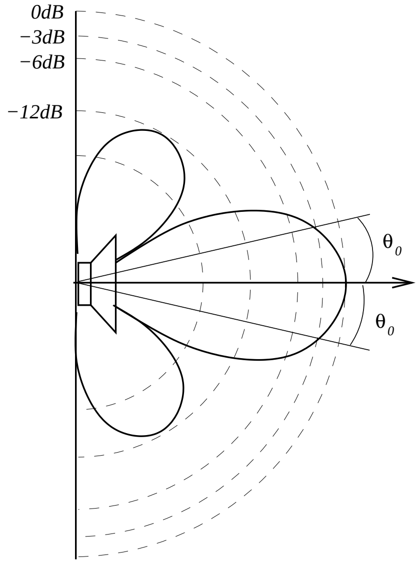


Figura 4.9: Ejemplo de anglo de apertura para un altavoz.

y

$$Q_e = \frac{Q_m}{r_0 - 1} \tag{4.19}$$

El factor de calidad total es:

$$Q_t = \frac{Q_e Q_m}{Q_e + Q_m} \tag{4.20}$$

Gracias a estas medidas sencillas se pueden estimar una parte de los parametros caracteristicos de los altavoces. Sin embargo para obtenerlos todos se necesitan otros tipos de pruebas, como por ejemplo pegar masas en el altavoz para modificar ligeramente la frecuencia mecánica.

4.7. Angulo de apertura

El angulo de apertura de un altavoz depende de su tamaño y también de la frecuencia. El angulo de apertura se define como el angulo en el cual la potencia no pasa por debajo de 3dB en referencia a la potencia del eje. Para determinar analiticamente se resuelve la ecuación:

$$20log(h(\theta_0)) = -3 \tag{4.21}$$

Es decir buscamos el angulo para la cual la función de directividad es igual a -3dB. En esta zona se radia lo principal de la potencia del altavoz. Este parametro puede ser importante a la hora de elegir un altavoz. Sin embargo para las frecuencias altas este angulo se cierra y se vuelve muy directivo. Para dar un ejemplo de angulos de apertura consideramos un altavoz cuya función de directividad sea cerca de la del piston que hemos descrito en el capitulo anterior:

$$h(\theta) = \frac{2J_1(ka\sin\theta)}{ka\sin\theta}$$

con $k = \omega/c$ y a el diametro del altavoz o de la parte radiante. Para resolver la ecuación anterior conviene usar metodos numericos, la resolución analítica es dificil. También se pueden usar tablas de funciones de Bessel para resolverla. Damos en ejercicio la resolución del angulo de apertura con las funciones de Bessel. El la figura 4.10 tenemos un ejemplo de angulo de apertura para un altavoz y también la variación del angulo de apertura para el modelo del piston con un radio de 10cm. El angulo decrece muy rapidamente y se encuentra en un margen muy pequeño de angulos. Con la expresión anterior podemos determinar el angulo θ_0, primero ponemos $x = ka\sin(\theta)$ y despejamos:

$$J_1(x) = x\frac{10^{-3/20}}{2}$$

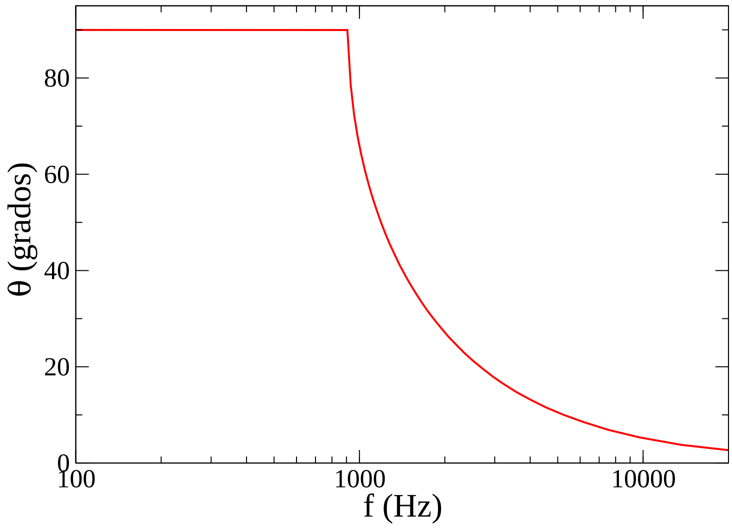
Con las tablas de las funciones de Bessel tenemos la aproximación de la solución $x_0 \simeq 1{,}61$. La solución para el angulo theta se puede escribir como:

$$\theta_0 = arcsin(x_0/(ka)) \tag{4.22}$$

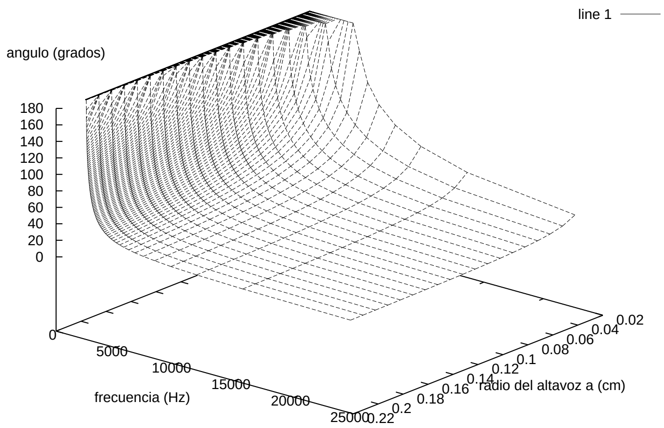
Para determinar la apertura conviene coger 2 veces el angulo, la apertura es entonces:

$$\theta_a = 2arcsin(x_0/(ka)) \tag{4.23}$$

Este angulo disminuye cuando aumenta la frecuencia como se puede aprecia en la figura 4.10. Para una frecuencia dada el angulo aumenta cuando disminuye el radio del alatavoz. Como lo hemos visto en el capitulo precedente cuando el radio es pequeño frente a la longitud de onda el modelo se acerca a un fuente monopolar, la cual es omindireccional. Cuando el radio aumenta el altavoz “empuja” el aire en una dirección privilegiada. Hay que tener un



(a)



(b)

Figura 4.10: Angulo de apertura en grados de un altavoz de 10cm en función de la frecuencia. La apertura disminuye hasta algunos grados para 20Khz.

balance entre la directividad y la potencia radiada. Los pequeños altavoces radian en todas las direcciones pero la potencia radiada es muy debil, por eso se prefiere altavoces mas grandes para las bajas frecuencias.

Se puede estimar la directividad de un altvoz también calculando la apertura del primer lobulo. Este angulo se determina con los ceros de la función de Bessel, cuando esta se anula la directividad es nula. Los ceros sucesivos determinan los lobulos sucesivos del diagrama de directividad. El primer cero se calcula con las tablas:

$$\alpha_0 = arcsin(x_0/(ka)) \tag{4.24}$$

con $x_0 \simeq 3{,}9$.

4.8. Diseño de bafles

En la sonorización es importante tomar en cuenta la calidad de los bafles. Las revistas tecnicas dan medidas muy precisas de la directividad o de la calidad de la respuesta en frecuencia de los bafles de alta-fidelidad. De los criterios importante podemos destacar:

- El ancho de banda: este determina el rango de frecuencia en el cual la potencia del altavoz es como mucho 3dB inferior al maximo de la respuesta. Para un altavoz mediocre este se encuentra entre 100Hz y algunos kilohertzios. Un altavoz de altafidelidad cubre todo el espectro audible.

- Directividad: como hemos visto con el angulo de apertura, este parametro puede ser importante segun el tipo de aplicaciones.

- Potencia

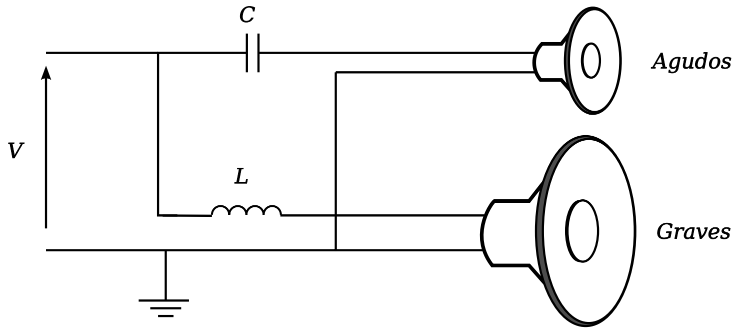
- Impedancia, tiene que adaptarse a la impedancia del amplificador para una mejor disipación de la potencia.

Para el diseño del bafle las dimensiones de la caja asi como el relleno de estas se toman en cuenta. El tamaño y el material influye sobre la radiación y la respuesta en frecuencia del bafle. Se tiene que llenar el altavoz de un material muy absorbante para amortiguar la presión generada por los altavoces en el interior de la caja. Estas ondas cancelan la onda de presión en la parte exterior del bafle (es el cortocircuito acústico) y se deben atenuar al maximo.

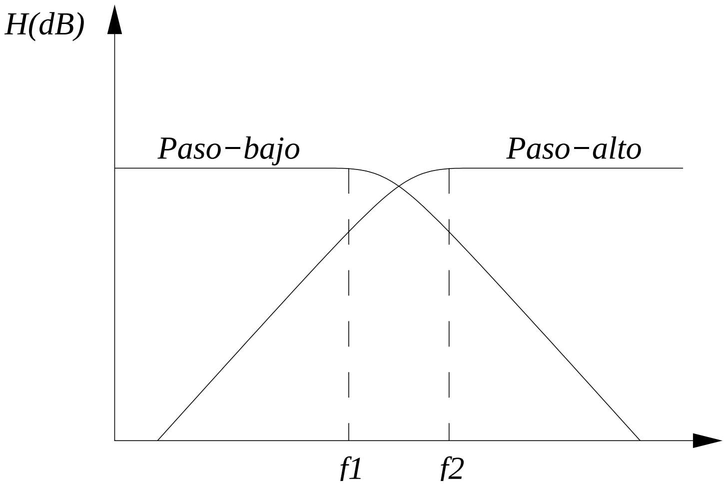
Al nivel de diseño electrico se debe repartir la señal electrica según el tipo de altavoz. Se filtran las señales para adaptaralas al tipo de altavoz es decir agudos (tweeter) graves (boomer y woofers) o muy graves (sub-woofers). Los circuitos se componen de filtros analogicos pasivos, el atavoz es entonces llamado pasivo, o circuitos activos y por lo tanto necesita alimentación, el altavoz es activo. En la figura 4.11 damos un ejemplo de diseño basico de un bafle sencillo.

El condensador en serie con el altavoz grave actua como un filtro paso-bajo, para determinar cual es la frecuencia de corte se necesita saber la impedancia del altavoz. Para el agudo se coloca en serie una inductancia que actua como un filtro paso alto, dejando pasar solo las frecuencias altas para este altvoz. Conviene ajustar lo mejor posible las frecuencias de cortes de los filtros para no cortar algunas frecuencias del espectro como representado en la figura 4.11. Estos filtros se llaman cross-over filters y son muy importante para la separación de las vias del altavoz. Existen varias tecnicas para el calculo de estos filtros, se usan filtros de butterworth, chebichev y otros tipos clasicos. También se usan filtros activos para mejorar la respuesta del altavoz.

En determinados casos se usan bafles con una realimentación, se usa un sensor de presión para corregir la respuesta del altavoz y mejora el ancho de banda y la respuesta.



(a)



(b)

Figura 4.11: Diseño básico de los filtros de un altavoz (arriba). Aspectro del dominio en frecuencia de cada uno de los filtros (bajo).

Capítulo 5

Micrófonos

Los microfonos forman la otra gran familia de transductores electro-acústico. La función del microfono es la complementaria del altavoz. Transforma una señal acústica en una señal electrica. Esta señal esta despues tratada y adaptada para el uso que se quiere hacer (amplificación, grabación, transmisión ect...).

Un microfono consta siempre de una parte acústica sensible a la onda de presión del aire. Esta parte en la mayoria de los caos consiste en una membrana circular montada sobre un soporte. El soporte consiste en un circuito acústico que determina el patrón de directividad del microfono. También contiene los elementos para la detección y la transducción de la señal acústica.

En una primera parte estudiamos los tipos de soportes comunes en los microfonos y en la segunda parte describimos los principales tipos de transductor electro-acústico.

5.1. Sensibilidad

La sensibilidad de un microfono es una caracteristica importante conjuntamente con la respuesta frecuencial. La sensibilidad consiste en la relación entre la amplitud de la salida electrica y la presion de entrada. Hay una relación fuerte entre la respuesta en frecuencia y la sensibilidad. Un microfono con mas sensibilidad es generalmente mas grande y la membrana mas pesada lo que afecta las performancias en frecuencias. Los microfonos pequeños al contrario tienen una sensibilidad pobre pero pueden operar a frecuencias bajas y altas.

Se define la sensibilidad como:

$$S = \frac{\textbf{Salida eléctrica}}{\textbf{Entrada mecánica}} \tag{5.1}$$

O también en forma logaritmica como:

$$L_s = 10log(\frac{E_{out}/p}{E_{re}})^2 \tag{5.2}$$

en dBV/μbar con E_{out} la tensión de salida, E_{re} la tensión de referencia y p la presión r.m.s.

Otra cantidad importante para la caracterización de los microfonos, es la sensibilidad acústica. Esta se define como:

$$S_a = \frac{F}{p} \tag{5.3}$$

con p el campo de presión difuso, es decir para todas las direcciones, y F la fuerza que se ejerce sobre la membrana. Basicamente se calcula el producto de la presión por la superficie.

La directividad de los microfonos también son importantes según el tipo de aplicaciones destinadas. No es lo mismo gravar el ambiente en una sala que gravar o amplificar un instrumento. La directividad se puede ajustar con la fabricación del mismo. Podemos obtener directividad cardioide, muy util para gravar solo en una dirección, o omnidireccional.

5.2. Tipos de receptores

5.2.1. Microfonos de presión

Cuando la sensibilidad del microfono no depende del angulo entonces tenemos un microfono omnidireccional. Es el caso de un microfono de presión. Este microfono consiste en una membrana que recibe las ondas de presión acústicas. La membrana esta unida a una cavidad de aire cerrada. Este tipo de micronofonos son poco sensibles a la dirección de la onda siempre que la onda tenga un longitud de onda superior a las dimensiones del microfono. La tensión de salida del microfono es proporcional a la presión recibida en la parte delantera, es decir la membrana del transductor.

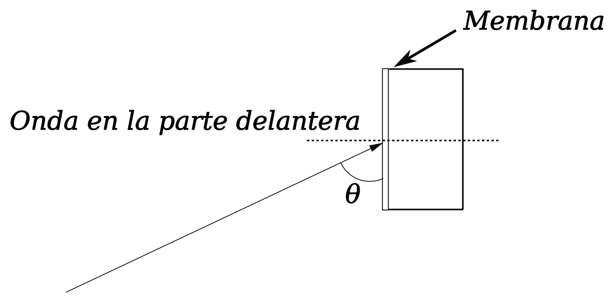


Figura 5.1: Principio del microfono de presión, consiste en una membrana que recibe la onda directa en la parte delantera. Estos microfonos son en general omnidireccionales hasta longitudes de ondas del orden del radio de la membrana.

5.2.2. Microfonos de gradiente de presión

El microfono de gradiente de presión, como su nombre lo indica, es sensible a una diferencia de presión. Concretamente la diferencia de presión entre la parte delantera de la membrama sensible y la parte trasera donde se situa la cavidad. En la figura 5.2 mostramos un ejemplo de un microfono a gradiente de presión. Este microfono presenta distinstas caracteristicas según las frecuencias y el angulo de la onda de presión. La presión total de la membrana es la suma de la onda de presión en la parte delantera menos la presión de la parte posterior. Dependiendo del angulo el desfase entre la potencia entre la parte delantera y interior es maxima o minima. Por ejemplo cuando la onda llega perpendicularmente al microfono las presiones se cancelan y no se capta ningun sonido. Se puede modificar esta sensibilidad modificando las aperturas del microfono.

En la figura 5.3 podemos ver como una onda de presión plana llaga sobre la membrana de un microfono con un angulo θ. Tenemos una diferencia de presión entre la parte frontal p_f y dorsal p_d de la membrana:

$$p_m = p_f - p_d \simeq p(r) - p(r+\delta) = Ae^{-ikr} - Ae^{-ik(r+\delta)} = Ae^{-ikr}(1 - e^{-ik\delta})$$

para $k\delta << 1$ tenemos $e^{ik\delta} = 1 - ik\delta$. Tras algunas transformaciones tenemos:

$$p_m = p_f k\delta e^{i\pi/2} \tag{5.4}$$

La presión de la membrana es proporcional a un factor de $k\delta$ y con un desfase de $\pi/2$ con la presión frontal. Esta aproximación es valida para $\delta << \lambda/2\pi$

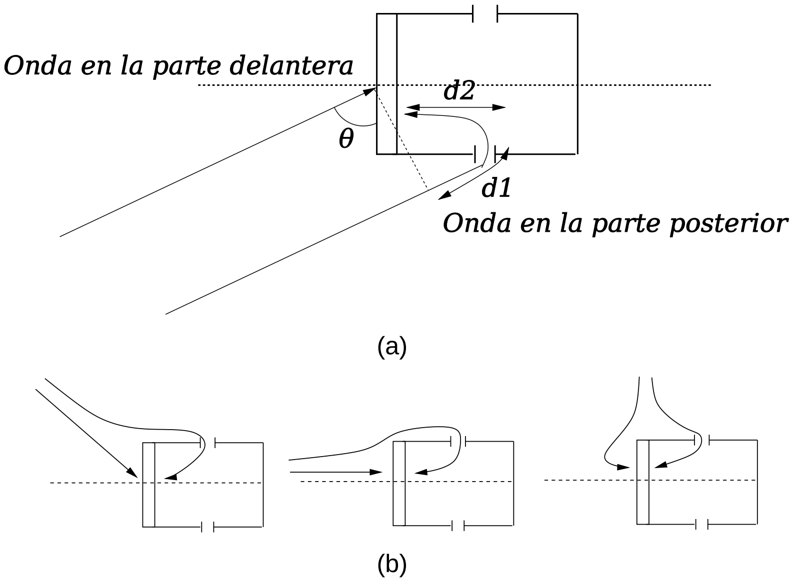


Figura 5.2: Principio del microfono de gradiente de presión, consiste en una membrana que recibe la onda directa en la parte delantera y una onda en desfase por la parte trasera.

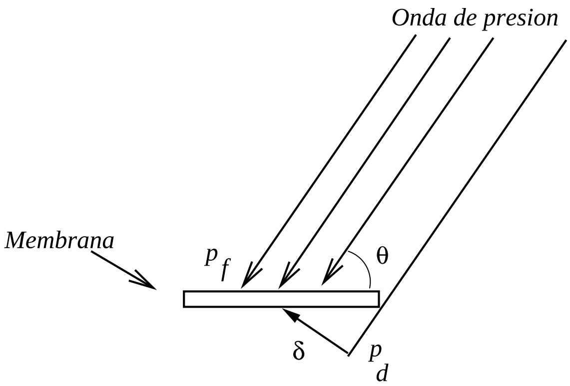
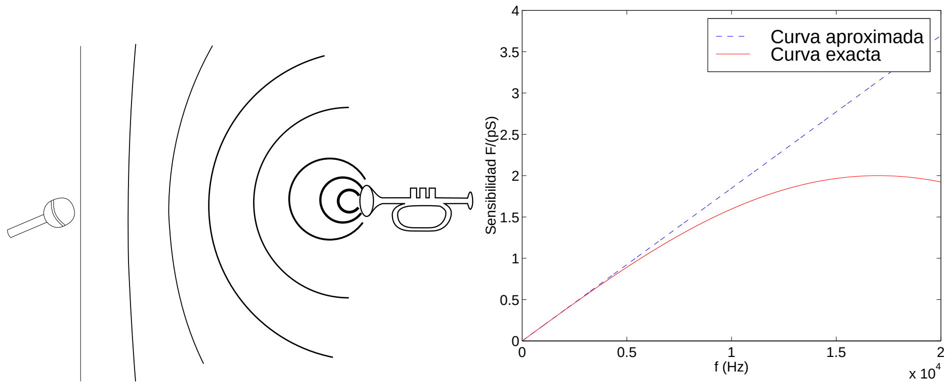


Figura 5.3: Onda de presión llegando sobre la membrana del micrófono con un angulo θ.



(a) (b)

Figura 5.4: Sensibilidad del micrófono de gradiante de presión para una onda plana, ($r = 1$m, $a = 1$cm). Dibujamos la sensibilidad aproximada así como la exacta, según el eje del micrófono.

sabiendo que la longitud de onda minima en sañales de audio se encuentra alrededor de $\lambda = 3$cm, camino tiene que ser inferior a algunos milimetros. Generalmente en la construcción de celulas de microfono el sensor es pequeño. Por otra parte de la figura 5.3 podemos deducir $\delta = a\cos\theta$ y por tanto la directividad del microfono tendra una depedencia $h(\theta) = \cos\theta$ con el angulo de incidencia de la onda. La sensibilidad acústica del dispositivo se escribe en modulo como

$$S_a = \frac{F}{p_f} = \frac{p_m S_m}{p_f} = S_m ka\cos\theta = \pi a^3 k\cos\theta \tag{5.5}$$

con $S_m = \pi a^2$ la superficie de la membrana. Notamos que por un lado debemos mantener la membrana lo suficiente pequeña para no deformar las señales y por otro lado la sensibilidad depende directamente de la superficie. Como en muchos casos en ingenieria un compromiso entre potencia y ancho de banda es necesario. Por otra parte la sensibilidad aumenta con la frecuencia pero hasta cierto punto. Cuando la aproximación de pequeños angulos deja de ser cierta la sensibilidad vuelve a caer. En la figura 5.4 dibujamos la sensibilidad del microfono en campo lejano para la sensibilidad aproximada anteriormente y también la sensibilidad calculada a partir de las ecuaciones sin aproximación.

Podemos generalizar este resultado para una onda esferica, a partir de ello podemos otener una información importante relativa al diseño de microfonos. La suma de la dos ondas esfericas en la parte frontal y dorsal del microfono se escribe como:

$$p_m = p_f - p_d \simeq p(r) - p(r+\delta) = \frac{A}{r}e^{ikr} - \frac{A}{r+\delta}e^{ik(r+\delta)} = Ae^{ikr}(\frac{1}{r} - \frac{e^{ik\delta}}{r+\delta})$$

En el caso de angulos pequeños $k\delta << 1$ tenemos la aproximación: $e^{ik\delta} = 1 - ik\delta$. La expresión precedente se escribe entonces:

$$p_m \simeq Ae^{ikr}(\frac{1}{r} - \frac{1-ik\delta}{r+\delta}) = \frac{A}{r}e^{ikr}(\frac{\delta}{r+\delta} + i\frac{r}{r+\delta}k\delta)$$

podemos simplificar la formula:

$$p_m \simeq p_f \frac{\delta}{r+\delta}(1+ikr) \tag{5.6}$$

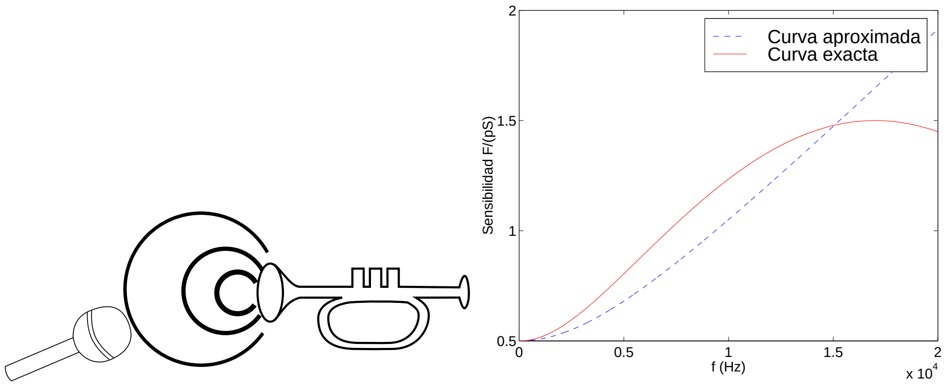
con $\delta = a\cos\theta$. La sensibilidad del microfono va a depender de la frecuencia y de la distancia de la fuente al microfono. Encontramos la aproximación de la onda plana cuando $r >> 1$. La sensibilidad acústica se escribe como:

$$S_a = \frac{F}{p_f} = S_m a\cos\theta\sqrt{\left(\frac{1}{r}\right)^2 + k^2} \tag{5.7}$$

Esta aproximación permite calcular la sensibilidad en baja frecuencia. En la figura 5.5 podemos ver la sensibilidad aproximada por la precendente formula y la sensibilidad calculada a partir de las ecuaciones completas. Como se puede apreciar en la figura la aproximación es mejor en baja frecuencia. Para frecuencias mas altas esta aproximación es mala.

Comparando las sensibilidades en campo lejanos y en campo cercanos podemos observar que la sensibilidad difiere. Un microfono tiene una repuesta diferente segun esta colocado, por ejemplo un microfono arreglado para el campo cercano tendra a privilegiar las frecuencias altas. Al reves, un microfono arreglado para el campo lejano tendra tendencia a amplificar los bajos en campo cercano. Hay que tener un compromiso entre la sensibilidad en baja y alta frecuencia así como el radio de la membrana a.

Como hemos visto en la figura 5.1 la onda puede tener caminos mas largos y la diferencia de camino δ depende de la geometria del microfono, la onda



(a) (b)

Figura 5.5: Sensibilidad del microfono de gradiante de presión para una onda esferica en campo cercano. Dibujamos la sensibilidad aproximada así como la exacta. En baja frecuencia para la sensibilidad en campo lejano el microfono es muy ineficiente hay que acercar lo mas posible de la fuente. Es la razón por la que por ejemplo se coloca el microfono dentro del bombo de las baterias y no fuera.

dorsal recorre un camino $d_1 + d_2$. este camino se puede escribir como $d + d\cos(theta)$ con una geometria adecuada del microfono, es decir tenemos una sensibilidad de la forma $h(\theta) = d(1 + \cos(\theta))$. De manera general podemos definir la directividad de este tipo de microfonos como:

$$S(\theta) = A + Bcos(\theta) = A(1 + A/B\cos(\theta)) \tag{5.8}$$

con A y B depediendo del tipo de microfono y de su directividad. Por ejemplo un microfono cardiode tiene unos coeficientes A=0.5 y B=0.5, un microfono bidirectivo tiene A=0 y B=1. Sin embargo como veremos mas adelante para tener un modelo mas preciso que permite tener modelos cuantativos de microfonos necesitamos tener otro tratamiento y considerar la geometria del microfono estudiado.

Se puede modificar la geometria del microfono para obtener distintos tipos de directividad. Tambien se pueden tomar arrays de microfonos y con el ayuda de filtros numericos se puede obtener diferentes directividad con el mismo microfono. Los microfonos de estudios electroestatico pueden cambiar su directividad con la polarización de los electrodos. De esta manera se puede

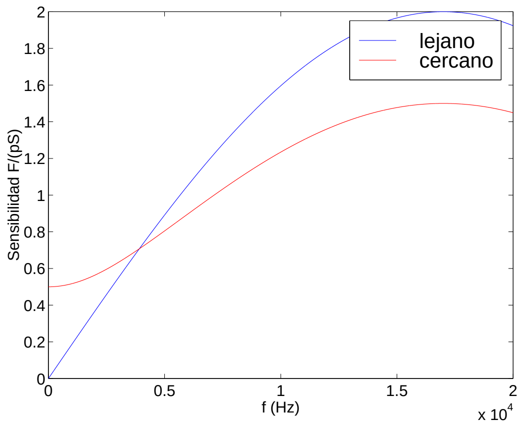


Figura 5.6: Sensibilidad del microfono de gradiante de presión para una onda plana. Dibujamos la sensibilidad aproximada así como la exacta. En baja frecuencia la sensibilidad de un microfono en campo lejano es muy baja, hay que acercar lo mas posible de la fuente. Para una bateria se colocan los microfonos dentro del bombo y para los platillos se aleja el microfono de un metro.

tener una directividad omnidreccional, cardioide segun el uso deseado. A continuación describimos mas en detalle los aspectos tecnologicos de los microfonos.

5.2.3. Circuitos acústico

Para obtener un modelo mas cuantitativo tenemos que detallar los circuitos acústicos que componen el microfono. El ejemplo que trataremos ahora consisten en un tipo común de microfonos que tiene una directividad cardioide. Una explicación cualitativa con la diferencia de presión ha sido descrita justo antes. Ahora cogemos las analogias acústico-electricas para describir nuestra celula de microfono. En la figura 5.7 podemos observar un circuito acústico de un microfono tipico con una apertura en la parte atras. Esta apertura sirve para ajustar la presión interna de la cavidad. Al nivel acústico se puede modelizar por una resistencia, la diferencia de diametro hace que el aire tiene dificultades para pasar. Se puede poner también unos parches de fieltro para aumentar la resistencia. El circuito consiste en la presión en la parte delantera

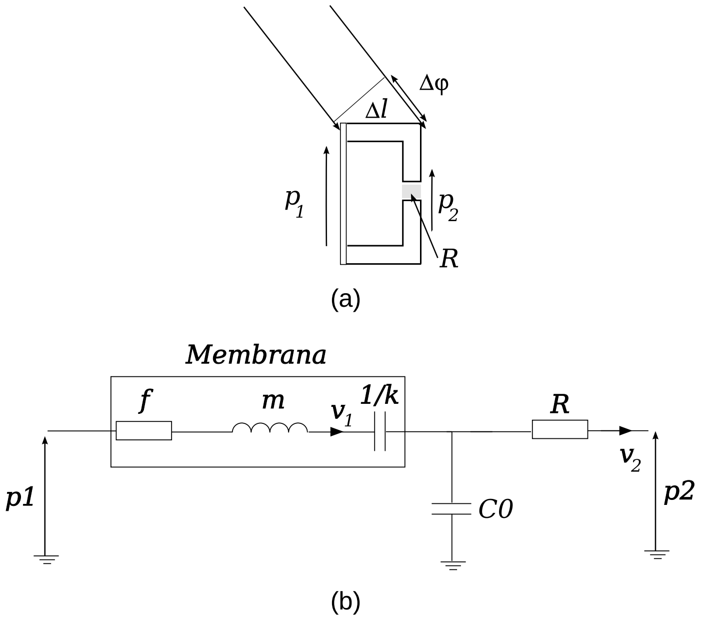


Figura 5.7: Modelo acústico de un microfono. Consiste en un piston (equivalente de la membrana) al final de un tubo cerrado en el otro extremo.

de la membrana p_1 junto con la impedancia mecánica de la membrana Z_d. La presión en la parte trasera p_2 esta relacionada con la presión p_1 en función del angulo de incidencia de la presión. Tenemos la presión p_1 con la siguiente expresión:

$$p_1(x) = p_0 \frac{e^{-jkx}}{x} \tag{5.9}$$

con p_0 la presión de la fuente.

La membrana esta excitada por la presión p_1 con una velocidad v_1 y el aire dentro de la cavidad tiene una elasticidad C_0. Esta cavidad esta conectada a la apertura con la resistencia R y tiene como salida la presión p_2. La diferencia de presión entre la parte delantera y la parte trasera es proporcional al gradiente de presion:

$$p_2(x) - p_1(x) = p_0 \frac{e^{-jk(x+\Delta\phi)}}{x+\Delta\phi} - p_0 \frac{e^{-jkx}}{x} \tag{5.10}$$

tenemos por definición de la derivada:

$$f'(x) = \lim_{\Delta\phi \to 0} \frac{f(x+\Delta\phi) - f(x)}{\Delta\phi} \tag{5.11}$$

Por lo que para $\Delta\phi$ pequeño tenemos la diferencia de presión:

$$p_2(x) - p_1(x) = p_0 \Delta\phi \frac{\partial}{\partial x} \frac{e^{-jkx}}{x} \tag{5.12}$$

Por otra parte tenemos la diferencia de camino $\Delta\phi = \Delta l cos(\theta)$. La expresión precedente se simplifica como:

$$p_2(x) - p_1(x) = -p_0 \Delta\phi \frac{e^{-jkx}}{x} (\frac{1}{x} + jk) \tag{5.13}$$

$$p_2(x) - p_1(x) = -p_1(x) \Delta\phi (\frac{1}{x} + jk) \tag{5.14}$$

Y por ultimo tenemos la relación entre la presión p_1 y p_2:

$$p_2(x) = p_1(x)(1 - \Delta l \cos\theta jk) \tag{5.15}$$

La presión p_d de la membrana se puede expresar en función de la presión frontal p_1 y de las parametros acústicos y mecánicos del microfono.

$$p_d = p_1 Z_d \frac{(1 + \frac{k\Delta l \cos\theta}{RC_0\omega})}{Z_d R_2 - j\frac{R+Z_d}{RC_0\omega}} \tag{5.16}$$

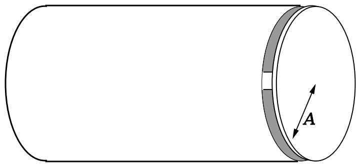


Figura 5.8: Modelo acústico de un microfono. Consiste en un piston (equivalente de la membrana) al final de un tubo cerrado en el otro extremo.

La presión se puede expresar de forma mas sencilla en función de los parametros:

$$p_d = p_1 A(1 + B\cos\theta) \tag{5.17}$$

con los parametros:

$$A = \frac{Z_d}{Z_d R_2 - j\frac{R+Z_d}{RC_0\omega}} \tag{5.18}$$

$$B = \frac{k\Delta l}{RC_0\omega} \tag{5.19}$$

Tenemos la expresión de la presión para un microfono cardioide y podemos aplicar este metodo para fabricar o modelizar microfonos.

Para poder tener un modelo completo de los microfonos se necesita tener algunas nociones de como recibe la presión y como reaccionan los diversos elementos que lo componen.

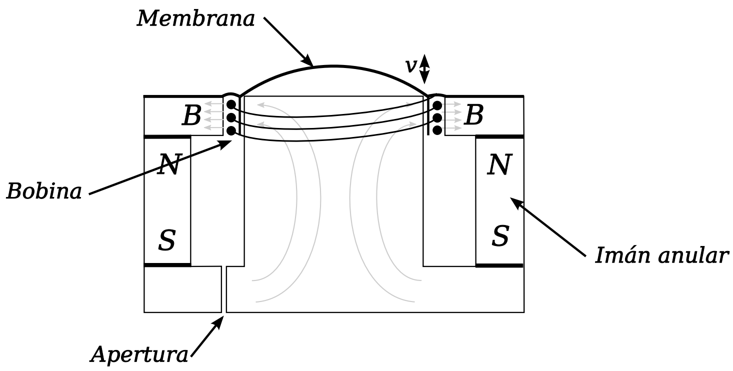
La parte acústica de un microfono puede modelizarse por un piston vibrando al final de un tubo cerrado. La impedancia de radiación de este piston tiene una expresión parecida a la impedancia presentada en el capitulo I. Sin embargo el desarrollo matématico resulta mas complejo todavía.

La impedancia mécanica de este dispositivo puede representarse de forma aproximada para el rango de frecuencia util por el circuito de la figura **??**.

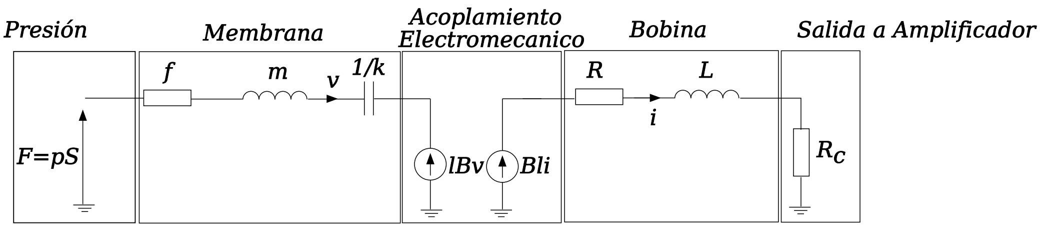
5.3. Tipos de Microfonos

5.3.1. Micrófono electrodinámico

Este microfono es uno de los mas extendidos dado su bajo coste de fabricación y su robustez para una gran variedad de aplicaciones. El principio de



(a)



(b)

Figura 5.9: Micrófono electrodinámico

este microfono es identico al de un altavoz electrodinamico. Una membrana delgada capta la señal acustica y pone en movimiento la bobina (ver figura 5.9). La bobina se encuentra en un campo magnetico uniforme y una corriente electrica nace del movimiento. Las ecuaciones del movimiento y de la impedancia son las mismas que para el altavoz electrodinámico con algunas diferencias:

- Primero no se impone una corriente sino que se recupera la tensión generada
- La resonancia mecanica se encuentra a varios kilohertzios debido al peso del equipo móvil y la tensión de la membrana.

El esquema equivalente electrodinámico del microfono se puede ver en la figura 5.9. Este sistema esta muy simplificado, dependiendo del tipo y modelo de microfono otros efectos entran en juego. Por ejemplo los fieltros para la protección y otros conductos tienen una influencia sobre el comportamiento mecánico de la membrana. Las ecuaciones del microfono se pueden separar en dos contribuciones, la parte electrica y la parte mecánica. El acoplamiento electro-acústico se efectua con la bobina, las fuerzas de Laplace y la ley de Lentz hacen el resto (para un analisis mas profundo ver la sección de altavoces). El factor de acoplamiento es Bl Saliendo de la figura 5.9 vemos que la entrada del sistema es la fuerza de la onda acústica sobre la membrana del microfono. El sistema mecanico se compone de una masa, unas fijación flexible que se asimilan a un muelle y las fuerzas de rozamiento. Estas pueden llegar a ser importante debido al rozamiento de la bobina en un espacio reducido. Discutiremos el papel de los rozamientos mas adelantes. La impedancia mecanica equivalente de este sistema es:

$$Z_m = \frac{k}{j\omega} + f + mj\omega \tag{5.20}$$

con k la elasticidad de la membrana, f los rozamientos y m la masa del sistema membrana/bobina.

La parte electrica se puede resumir a la inductancia de la bobina y la resistencia del cobre. El microfono esta unido a una carga R_c ficticia para poder efectuar los calculos, esta se puede cambiar por un amplificador. La impedancia electrica se escribe entonces:

$$Z_e = R_e + jL\omega \tag{5.21}$$

con $R_e$la resistencia del cobre y L la inductancia de la bobina.

Las ecuaciones del microfono electrodinámico son:

$$V_0 - Blv = -iZ_e \tag{5.22}$$

$$F = Bli + vZ_m \tag{5.23}$$

Podemos expresar la función de transferencia entre la fuerza y el voltaje de salida:

$$\frac{V_0}{F} = \frac{BlR_c}{R_cZ_m + (Bl)^2 + Z_eZ_m} \tag{5.24}$$

Para un circuito abierto ($R_c \to \infty$) podemos simplificar esta expresión como:

$$\frac{V_0}{F} = \frac{Bl}{Z_m} \tag{5.25}$$

Sin embargo esta expresión no es valida en cuanto se conecta el microfono a un equipo.

La sensibilidad del microfono puede deducirse directamente de esta expresión:

$$S_a = \frac{V_0}{p} = \frac{SBl}{Z_m} \tag{5.26}$$

La sensibilidad es proporcional al factor de fuerza Bl y a la superficie S de la membrana. En el denominador tenemos la impedancia mecanica. Lejos de la resonancia mecanica la sensibilidad es proporcional a SBl/f. La sensibilidad aumenta cuando reducimos los rozamientos. Pero por otra parte, reducir los rozamientos significa aumentar la resonancia mecanica y por tanto reducir la banda util del microfono. Como en otros casos un compromiso es necesario. Notese que para aumentar los rozamientos se pueden añadir fieltros o reducir el tamaño de las cavidades (a menor tamaño mas rozamiento).

5.3.2. Microfono electroestático

Este tipo de microfonos es la segunda gran clase de microfonos, estos estan basados en el movimiento de las placas de un condensador. Cuando las placas se desplazan el potencial se mantiene constante (la polarización suele ser alta) y un movimiento de cargas aparece debido al cambio de capacidad del dispositivo.

En la figura 5.10 se puede observar un esquema del dispositivo. La membrana vibrante tiene una superficie muy reducida y es ligera. Por lo que la resonancia mecanica del microfono no ocurre por debajo de varias decenas de kilohertzios. Podemos recuperar las variaciones de intensidades en una resitancia en serie con el circuito de polarización del microfono. Se puede estimar la variación de la capacidad del microfono considerando la formula de la capacidad para un condensador plano:

$$C(x) = \frac{S\varepsilon_0}{d-x} \tag{5.27}$$

Donde d representa la distancia entre las placas del condensador y x el desplazamiento. Sabiendo que el desplazamiento es muy inferior a la distancia d podemos hacer un desarrollo en serie de $C(x)$:

$$C(x) = \frac{S\varepsilon_0}{d}(1 + \frac{x}{d}) = C_0(1 + \frac{x}{d}) \tag{5.28}$$

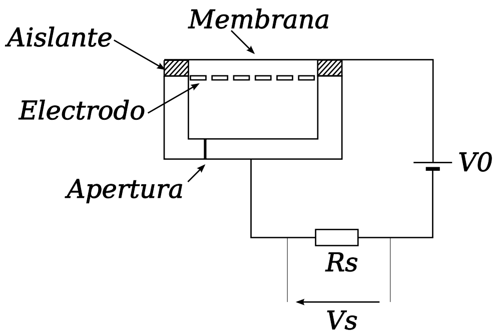


Figura 5.10: Micrófono electroestatico

para $x << d$. Por otra parte la carga en las placas del condensador depende del potencial y de la capacidad:

$$Q(x) = C(x)(U_0 - V_s) \tag{5.29}$$

Desarrollamos esta expresión:

$$Q(x) = C_0U_0 + C_0U_0\frac{x}{d} - V_sC_0(1+\frac{x}{d}) = C_0U_0 + C_0U_0(\frac{x}{d} - \frac{V_s}{U_0}(1+\frac{x}{d})) \tag{5.30}$$

y para $V_s << U_0$ y $x << d$:

$$Q(x) = C_0U_0 + C_0U_0(\frac{x}{d} - \frac{V_s}{U_0}) \tag{5.31}$$

La corriente que circula es la fluctuación de la carga en el tiempo:

$$\frac{dQ}{dt} = C_0\frac{dV_s}{dt} + \frac{U_0}{d}\frac{dx}{dt} = I \tag{5.32}$$

La velocidad de la membrana v es la derivada de la distancia x:

$$v = \frac{dx}{dt} \tag{5.33}$$

En regimen harmonico tenemos:

$$I = j\omega C_0V_s + \frac{U_0}{d}v \tag{5.34}$$

Por otra parte $V_s = R_s I$, llegamos a la expresión de la función de transferencia:

$$\frac{V_s}{v} = \frac{U_0}{d} \frac{j\omega R_s C_0}{1 - j\omega R_s C_0} \tag{5.35}$$

La impedancia mecánica de la membrana es similar al sistema del microfono dinámico:

$$Z_m = \frac{k}{j\omega} + f + mj\omega \tag{5.36}$$

y expresa la relación entre la fuerza y la velocidad de vibración, $F = vZ_m$. La sensibilidad en función de la frecuencia del microfono electrostatico se expresa como:

$$\frac{V_s}{p} = \frac{Z_m S U_0}{d} \frac{j\omega R_s C_0}{1 - j\omega R_s C_0} \tag{5.37}$$

La impedancia mecanica en muchos casos se puede aproximar por $Z_m \simeq k/j\omega$. Es decir que se puede tomar en cuenta unicamente la tensión de la membrana. Esta muy tensada para mejorar la sensibilidad y disminuir el ruido.

En la banda util la sensibilidad se puede entonces aproximar por:

$$\frac{V_s}{p} \simeq \frac{kSU_0}{d} \tag{5.38}$$

5.3.3. Otros tipos de micrófonos

Para cerrar este capitulo podemos citar otro tipo de microfono como el piezoelectrico, el microfono de cintas. Vamos a describir brievemente el funcionamiento de cada uno de estos.

- Microfono Piezoelectrico: se basa en la deformación de un cristal piezoelectrico, este produce un campo electrico segun la direccion de la deformación. La tensión esta recuperada y amplificada (ver figura 5.11).

- Microfono de banda: se basa en el principio de inducción. Una banda metalica se encuentra en un campo magnetico y oscila con la onda de presión. La oscilación cambia la reluctancia del circuito magnetico y induce una variación del potencial.

- Microfono con carbones: es un microfono muy robusto pero también muy impreciso. Se usaba en los primeros telefonos. La onda de presión induce un cambio en la resistividad del ciruito, y consecuentemente una variación del voltage en el circuito.

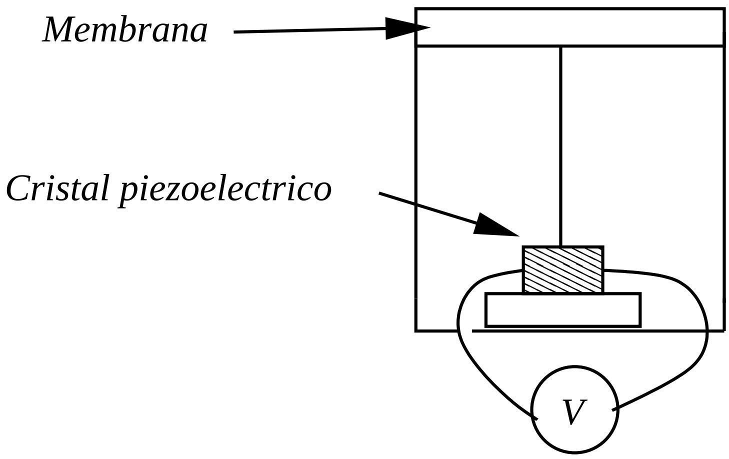


Figura 5.11: Principio del microfono piezoelectrico

5.4. Microfono de guitarras

Los microfonos de guitarras son un buen ejemplo de transductores adaptado para una aplicación concreta. Trataremos el caso aqui de las guitarras eléctricas, dado que las guitarras con caja (guitarras españolas, folk, ect) usan microfonos piezoelectricos.

El principio de funcionamiento de estos microfonos se basa en la ley de faraday. Se tratan de un devanado de cobre sobre un imán. Las cuerdas son constituidas de materiales ferromagneticos como el nickel y el hierro. Las cuerdas debilmente magnetizadas se comportan como imanes, al vibrar estas inducen una tensión eléctrica en el devanado alrededor del imán, ver figura 5.13. El flujo magnetico varia con la velocidad transversal de la cuerda:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} \tag{5.39}$$

El microfono se comporta como una inductancia. Un primer modelo de la impedancia eléctrica seria una simple inductancia L. Sin embargo la longitud del hilo puede llegar a ser muy grande, por lo que la resistencia no es despreciable. Por otra parte la capacidad de hilo a hilo puede sumarse y tener un valor también importante. En conclusión, el modelo aproximado de un microfono puede llegar a ser parecido al de la figura 5.13.

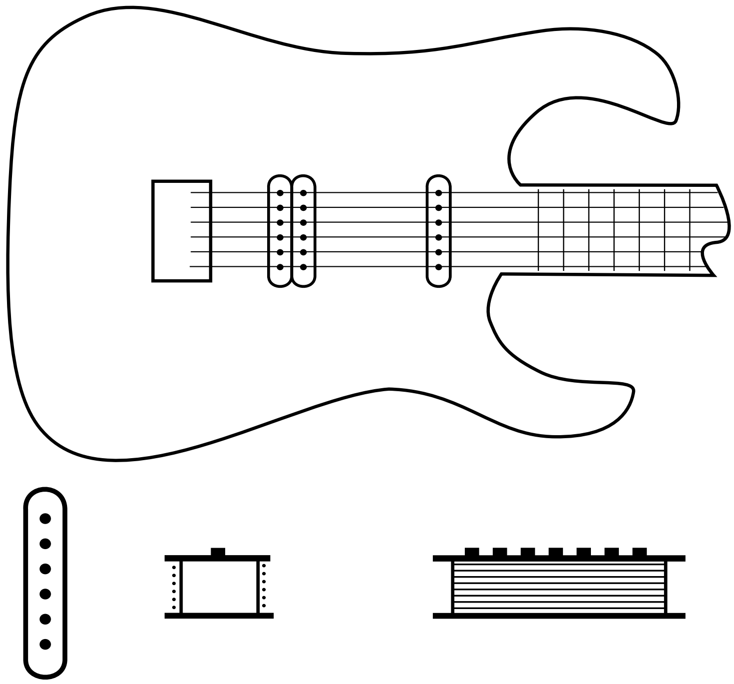
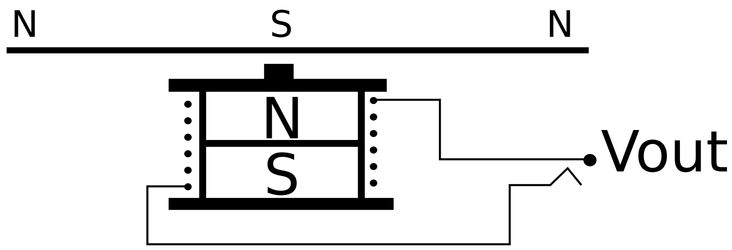
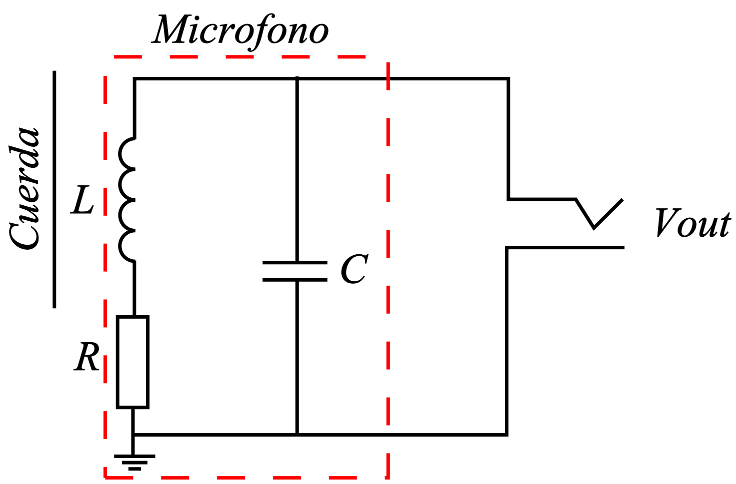


Figura 5.12: Microfonos de guitarra. Consiste en unos imanes permanente debajo de las cuerdas y alrededor tenemos un devanado de hile de cobre.



(a)



(b)

Figura 5.13: Microfonos de guitarra y esquema electrico equivalente.

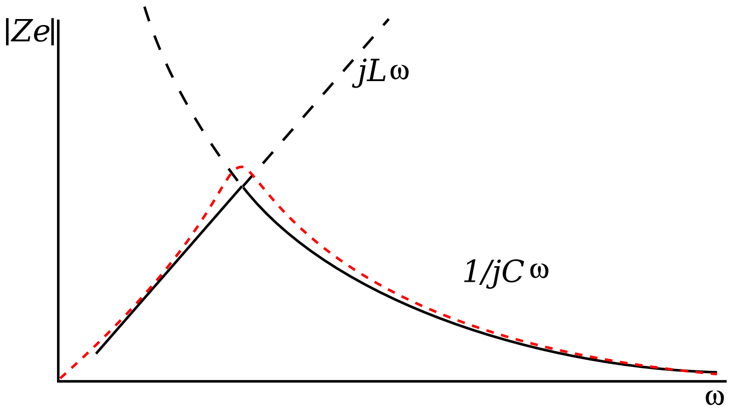


Figura 5.14: Representación del modulo de la impedancia del microfono en función de la frecuencia.

La impedancia electrica toma la siguiente forma:

$$Z_e = \frac{(R + jL\omega)}{(R + jL\omega)jC\omega + 1} \quad (5.40)$$

La impedancia electrica en función de la frecuencia se puede observar en la figura 5.15. En baja frecuencia domina el comportamiento inductivo, la impedancia crece con la frecuencia, cuando en alta frecuencia es el comportamiento capacitivo que domina. En el ultimo caso la impedancia disminuye con la frecuencia. Tenemos un filtro paso bando. El diseñador del microfono tiene que tomar en cuenta que el número de vueltas influye sobre la capacidad pero también sobre la inductancia. También el material y el tipo de imanes influyen sobre la calidad y la potencia del sonido. El modelo presentado aqui es muy simplificado, no se toman en cuenta los modos de vibración de las cuerdas, la saturación de los imanes ect...

5.5. Ejercicios

1. Parametros de altavoces.

   Dar

2. Angulo de apertura

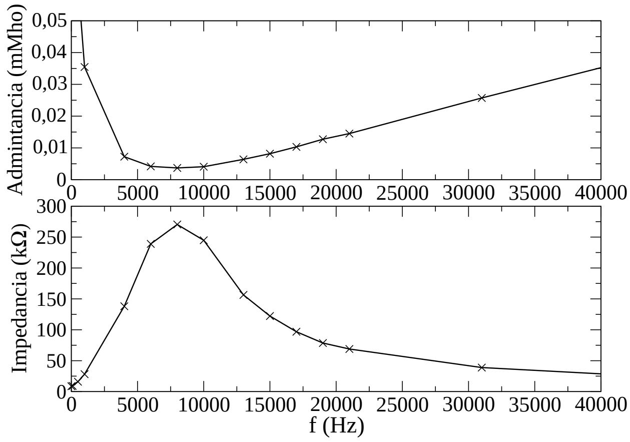


Figura 5.15: Medida de la impedancia de un microfono de guitarra de type “Humbucker”, de marca Jackson. Es un microfono doble con dos bobinas en vez de una para reducir el ruido de fondo. Se observa el comportamiento inductivo en baja frecuencia y capacitivo en alta frecuencia. La impedancia en vacio (a 0Hz) es de 8292Ω.

Dado un altavoz de tipo tweeter de 4000Hz-20000Hz dar el diametro a del altavoz para no bajar de 60^o.

3. Parametros de microfonos

4. Directividad

5. Potencia y radiación

6. Calculo de filtros

7. Resonancia de un bafle.

   Frecuencia de resonancia con una caja de a,b, y c Dado las dimensiones dar las tres primeras frecuencias de resonancia.

x	$J_1(x)$	x	$J_1(x)$
0.0	0.0000	3.4	0.1792
0.2	0.0995	3.6	0.0955
0.4	0.1960	3.8	0.0128
0.6	0.2867	4.0	-0.0660
0.8	0.3688	4.2	-0.1386
1.0	0.4401	4.4	-0.2028
1.2	0.4983	4.6	-0.2566
1.4	0.5419	4.8	-0.2985
1.6	0.5699	5.0	-0.3276
1.8	0.5815	6.0	-0.2767
2.0	0.5767	7.0	-0.0047
2.2	0.5560	8.0	0.2346
2.4	0.5202	9.0	0.2453
2.6	0.4708	10.0	0.0435
2.8	0.4097	11.0	-0.1768
3.0	0.3391	12.0	-0.2234
3.2	0.2613		

Cuadro 5.1: Función de Bessel de primer especie y de orden 1.

Capítulo 6

Psicoacústica

En esta sección introducimos los conceptos basicos de la percepción humana del sonido. El conocimiento del funcionamiento de las percepciones auditivas son la base de numerosas aplicación de ingenieria y aplicaciones medicales.

6.1. El oido humano

El oido humano es un tipo de transductor acústico, transforma ondas de presión acústica en señales nerviosas interpretadas por el cerebro.

6.2. Anatomía

El oido se descompone en tres partes:

- El oido externo, o pavillon: es la parte visible del oido la oreja. Su papel es concentrar el sondido en el conducto auditivo para amplificarlo.
- El conducto auditivo: se encarga de encaminar el sonido hasta el timpán. Es ligeramente torcido, lo que evita la introducción de objetos hasta el timpán.
- El oido medio: en esta parte empiezan las tareas de transducción. El oido medio se compone de varios huesecillos que realizan la amplificación mecánica. Este sistema mecanico transmite al oido interno las vibraciones a traves del estribo.

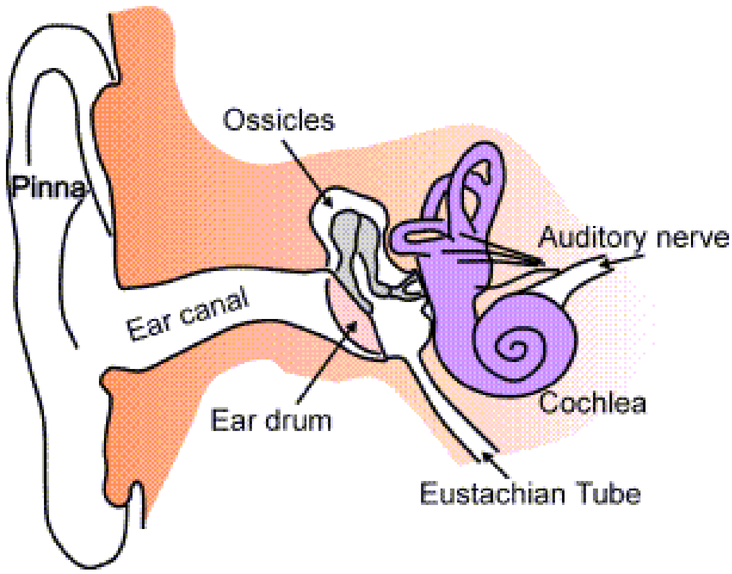


Figura 6.1: Esquema del sistema auditivo

- El oido interno: esta parte tiene dos funciones esenciales. La primera consiste en la regulación del equilibrio a traves de tres canales semicirculares. Estos tres canales cada uno situado en tres direcciones ortogonales envia contiene un liquido lo cual circula por inercia y activa sensores indicando la posición en el conducto. El movimiento del liquido es luego interpretado por el cerebro para la gestión del equilibrio. La segunda función del oido interno es la transformación de las vibraciones mecanicas (acústicas) en señales nerviosas interpretables por el cerebro. Para desarrollar esta función el oido medio esta conectado a un organo muy complejo que es la coclea.

6.3. Fisiología

6.3.1. El oido medio

El sistema de huesecillos del oido medio permite la transducción a la coclea, llena del liquido basilear. Los huesecillos son el fruto de la evolución para

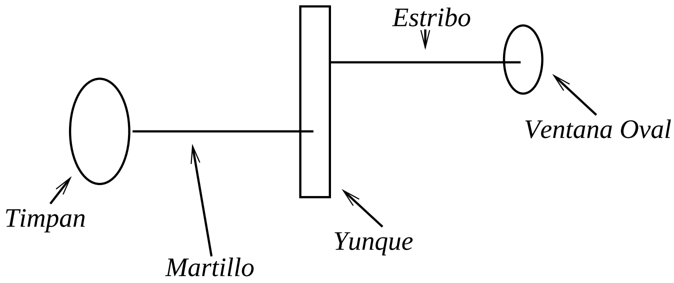


Figura 6.2: Esquema del sistema de huesecillos. La diferencia de superficie entre la entrada (timpán) y la salida (ventana oval) amplifican la señal. Además el efecto de palanca de los huesecillos amplican la amplitud de las vibraciones.

la adaptación de un medio liquido a un medio aerio. La coclea esta muy bien adaptada a la vida marinea y los peces no necesitan el sistema de huesecillos para oir. Estos han evolucionado para adaptar la impedancia del aire a la impedancia del agua. Es un adaptador de impedancia mecanica. Amplifica la vibraciones mecanicas gracias a un ingenioso sistema de palancas.

La amplificación se realiza primero por la relación entre las superficies del timpan y de la ventana oval. El timpan percibe la vibración acústica y la transmite al sistema de huesos lo cual lo transmite a traves de la vantana oval a la coclea. La potencia transmitida se aplica sobre una superficie mas pequeña y por lo tanto hay un fenomeno de amplificación. El timpán tiene una superficie de $0{,}6$cm^2 y la ventana oval de $0{,}04$cm^2 en media. Por otra parte el sistema de huesecillos representado en la figura 6.2 amplifica también la señal mecánica. Los huesecillos estan atados al creano a traves de tendones y musculos. Estos pueden afectar la tensión del martillo sobre el yunque y así atenuar el sonido, cuando los muslos se relajan el sonido se amplifica. Este reflejo protege para sonidos de mas de 500ms de duración, no protege para sonidos impulsivos (disparos ect).

6.3.2. El oido interno

Es el organo mas complejo del sistema auditivo, es alli donde se realiza la quimica de la transducción. Como hemos mancionado antes, el oido interno también desempeña funciones relacionadas con el equilibrios. El oido esta

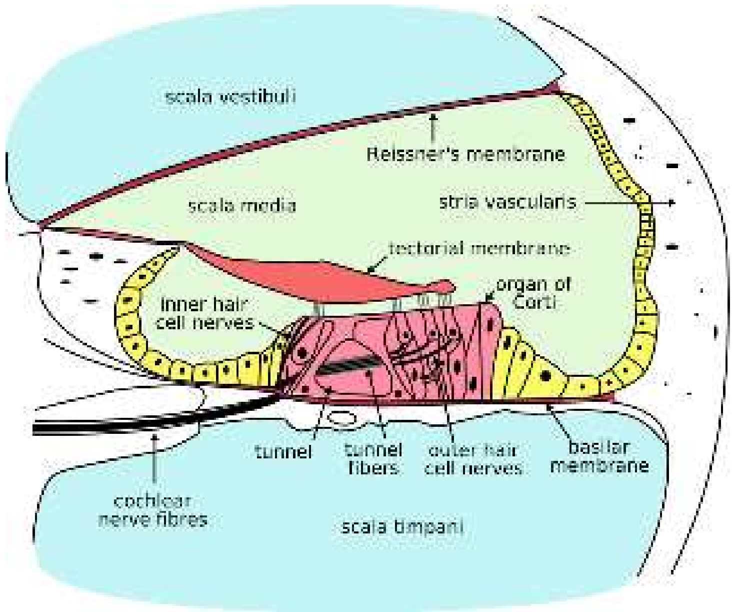


Figura 6.3: Sección de la coclea

compuesto por el laberinto, lo cual es una cavidad osea con: los canales semicirculares, el vestibulo, y el caracol. La coclea es el organo donde los sonidos se transforman en flujo nervioso. Es un tubo enrrollados en espiral, en la figura 6.3 tenemos una sección de la coclea. El estribo transmite entonces las vibraciones al liquido contenido en la coclea a traves de la ventana oval, en la rampa vestibular. El estribo provoca en la rampa vestibular una diferencia de presión con relación la parte inferior, la rampa timpanica. Esta diferencia de presión provoca una vibración de la membrana basilar. La membrana basilar se extiende a lo largo de la coclea pero es mas rigida cerca de la base ver figura 6.4. La frecuencia del sonido se detecta con la oscilación de unas celulas solidarias de la membrana basilar, la celulas ciliadas. Debido a la rigidez no uniforme de la membrana, el maximo de ampitud de vibración se alcanza en un sitio depediente de la frecuencia. Es el equivalente de una cuerda de rigidez creciente. Depediendo de la frecuencia la cuerda alcanza un maximo de vibración distinto. Este maximo permite a la coclea de localizar de forma espacial la frecuencia de un sonido y las correspondenties celulas de mandar la información al cerebro a traves del nervio auditivo. La envolvente de la onda de vibración se mueve con la frecuencia del sonido. Así las frecuencias bajas

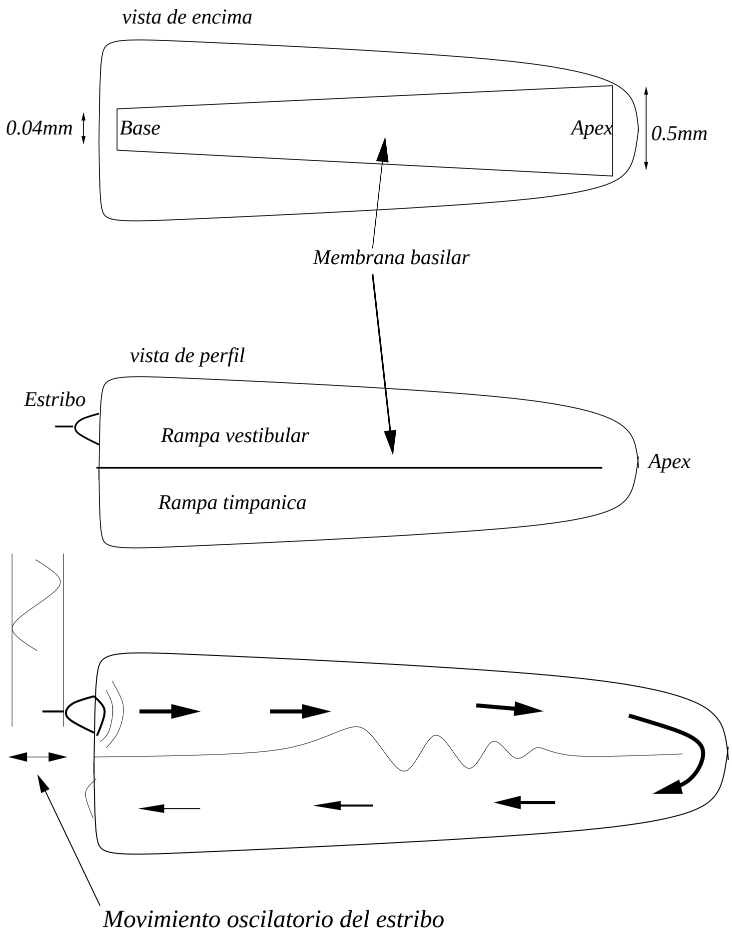


Figura 6.4: Esquema de la coclea visto de perfil y encima. Movimiento oscilatorio de la membrana basilar cuando esta exctida a traves de la ventana oval

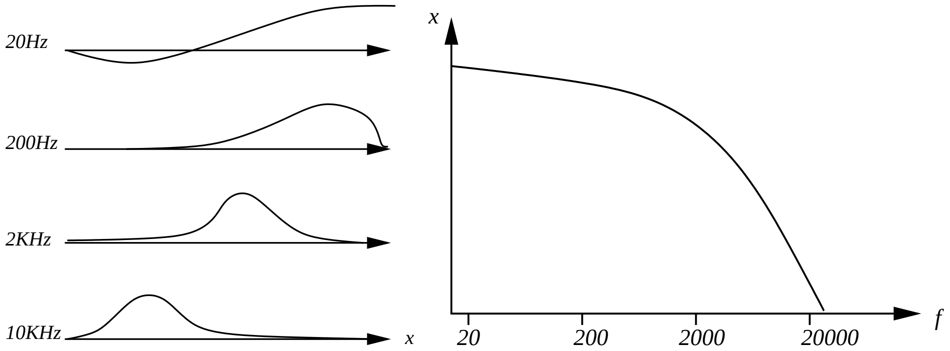


Figura 6.5: Maximo de vibración de la membrana basilar en función de la frecuencia, el maximo se acerca de la base según aumenta la frecuencia.

se encuentran mas cerca del apex y las mas altas cerca de la base. En la figura 6.5 tenemos ejemplos de situación de maximo de vibración en función de la frecuencia de un tono puro. Las celulas ciliadas estan excitadas por la vibración de la membrana basilar. Esta excitación se transmite al nervio mediante las celulas ciliadas internas. Las celulas ciliadas externas tienen un papel todavía no muy conocido, forman parte del sistema nervioso aferante y no del sistema sensitivo. Podrian tener un papel en la selección de frecuencias, o para afinar la detección.

6.4. Percepción

6.4.1. Sensibilidad de potencia

Como ya lo hemos mancionado anteriormente al definir la noción de intensidad del sonido el oido, la sensación de potencia, es función del logaritmo de la excitación. Es decir que si tenemos un estimulo mucho mas fuerte para tener la sensación que este sea mas fuerte. El oido tiene entonces una ley de percepción logaritmica es la ley de Weber-Fechner:

$$S = c \ln(\frac{E}{E_0}) \tag{6.1}$$

con E_0 la minima excitación detectable por el oido. Sin embargo esta ley no vale para todas las excitaciones, el oido no tiene un comportamiento similar

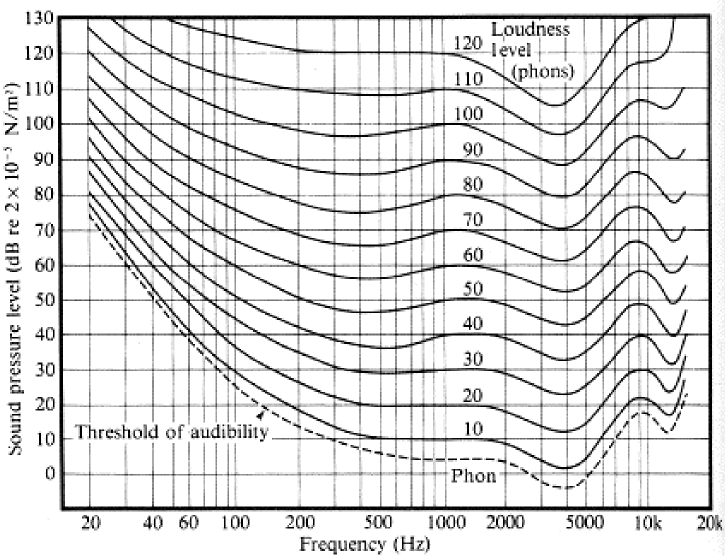


Figura 6.6: Cartas de Fletcher Robinson & Dadson in 1956, following the original work of Fletcher & Munson (Fletcher, H. and Munson, W.A. (1933) J.Acoust.Soc.Am. 6:59;

para todas las frecuencias. Como se trata de sensaciones también depende del sujeto. Se necesita hacer carta de audición medias para distintas frecuencias, son las cartas de Fletcher como enseñado en la figura 6.6. La grafica enseña los isophonos, es decir las curvas para la cual la sensación de potencia es la misma para todo el rango de frecuencias audibles. El phono corresponde a un aumento de 1dB SPL con referencia al umbral de audición. Estos diagramas experimentales se obtienen pidiendo a un sujeto que escuche sonidos de una determinada frecuencia. Se aumenta poco a poco la potencia y cuando el sujeto nota un cambio se apunta en la carta el nuevo umbral de percepción correspondiendo a un phono mas.

6.4.2. Sensibilidad en frecuencia

6.4.3. El efecto coktel

La escucha selectiva es una propiedad del oido humano de discernir un instrumento, una conversación de un ruido ambiante. Hay dos tipos de fenomenos, primero el cerebro espera una cierta información y es capaz de reconstruir a partir de una información parcial o ruidosa el resto de la información. Por ejemplo somos capaces de entender una conversación en un entorno ruidoso aun si no se han oido todas las palabras. El otro fenomeno es menos conocido, las celulas de corti en la coclea podrian tener un papel en la escucha selectiva. Este mecanismo es todavía desconocido pero las celulas de corti externas tienen un papel en le reconocimiento de tonos.

6.4.4. Enmascaramiento y codificación audio

Los populares codificadores de audio tienen como base modelos de psicoacustica. En el total de sonido que escuchamos ciertos sonidos de potencias menores estan enmascarado por sonidos de potencias mayores. A partir de este principio es posible quitar toda la información inaudible de un flujo de sonido. Es el principio de la codificación perceptiva. Hay tres tipos basicos de enmascaramiento:

1. Los sonidos por debajo del umbral de frecuencia no se oyen y puende ser suprimidos.

2. El enmascaramiento en frecuencia es el hecho que algunos sonidos mascan sondidos de frecuencia proxima pero de potencia inferior. Se definen ventanas debajo de las cuales los sonidos no estan percibidos.

3. El enmascaramiento temporal consiste el enmascaramiento de sonidos cercanos en el tiempo. Un impulso de potencia inferior despues de un sonido fuerte no se percibe. También existen modelos psicoacústicos para este tipo de enmascaramiento.

En la figura 6.8 se ve un ejemplo de enmascaramiento temporal y frecuencial. El sonido marcado por una flecha deforma la curvas de percepción y enmascara una zona del espectro. Para el enmascaramiento temporal se muestra como un sonido puede enmascar ante y despues sondidos mas debiles en potencia. El enmascaramiento pre-temporal es de algunos milisegundos cuando el enmascaramiento post es de alrededor de 10 milisegundos.

Para codificar los sonidos se analizan tramas de N bits siguiendo el esquema de la figura **??**. Primero se evaluan las potencias por debajo del umbral de audición, despues de evaluan los umbrales de enmascaramiento para cada componente (frecuencial y temporal). Se eliminan las muestras inecesarias

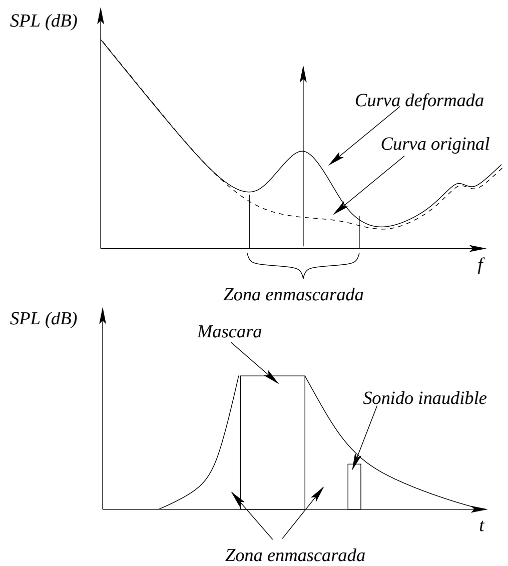


Figura 6.7: Enmascaramiento en frecuencia y enmascaramiento temporal

despues del analisis de las mascaras. Se codifican despues con el numero minimo de bits, esta etapa es muy importante, porque equivale a aumentar el ruido en cada banda. Se evalua entonces cual es la cantidad de ruido que se puede añadir sin que sea percibido por el auditor. Este ruido tiene que siempre por debajo del umbral de enmascaramiento.

6.5. Orientación auditiva

El hecho que tengamos dos orejas no es solo por cuestiones estéticas, sino también por cuastiones practicas importantes. Seria muy dificil o casi imposible localizar sonidos en el espacio con solo una oreja. Aqui describimos algunos de los mecanismos que nos permite identificar el origen de un sonido en el espacio.

6.5.1. Localización circular

Cuando la fuente de un sonido no esta centrada frente a la cabeza, los oidos no perciben el mismo mensaje. El cerebro con esta diferencia consigue

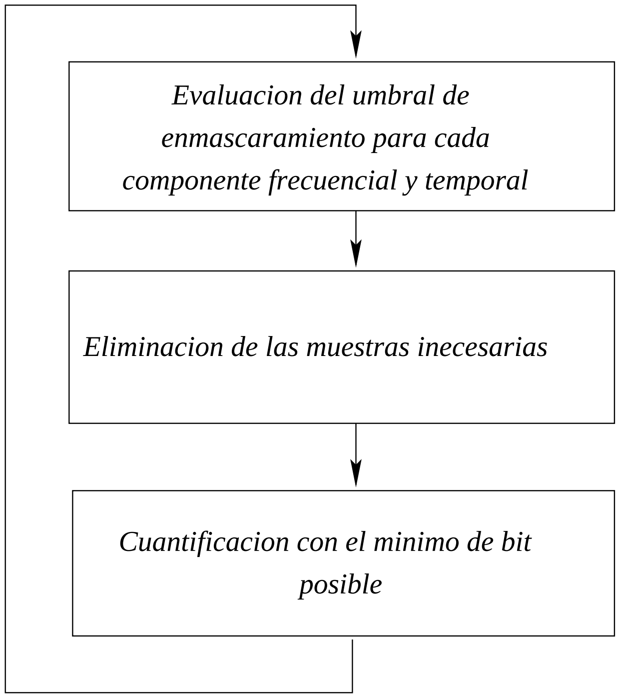


Figura 6.8: Algoritmo para la codificación perceptiva de audio

captar el origen de la fuente en muy poco tiempo. Para localizar la fuente el cerebro usa varios efectos conjuntamente:

- la diferencia de intensidad entre los oidos.
- La diferencia de fase.
- La diferencia de tiempo.

El papel de la fase es importante para sonido de longitud de ondas superiores a dos veces el tamaño de la cabeza $\lambda/2 > a$. La onda llega entonces con una fase distinta en cada oido. Este desfase permite al cerebro de localizar la fuente. En la figura 6.9 podemos expresar la diferencia de fase entre oidos en función del angulo. La diferecia de camino en función de la anchura de la cabeza a y del angulo θ. Siguiendo la notación da la figura 6.9, la diferencia entre los dos caminos es de 2δ y en función del angulo tenemos (para $d >> a$):

$$2\delta \simeq acos(\theta) \tag{6.2}$$

El desfase es maximo cuando $\theta = 0[\pi]$ La localización es mas precisa en frente, la resolución es de 1^o en frente y de 10^o cuando estan en los lados.

El papel de la intensidad es también importante, para las frecuencias altas la atenuación es bastante alta de un oido a otro. Aqui estan algunos ejemplos:

$300Hz$	$0dB$
$1000Hz$	$8dB$
$10000Hz$	$30dB$

Este efecto permite la localización para sonidos de frecuencias mas altas.

El ultimo efecto es el decalage temporal entre oidos. Debido a la velocidad de propagación en el aire la diferencia de camino introduce un decalage temporal entre los dos oidos. El efecto Haas funciona para todas las frecuencias en el aire todas las frecuencias viajan a la misma velocidad.

Si ponemos a una persona un casco a una persona y se le manda dos impulsos breves sucesivos (unos clics) con un ligero decalage temporal en cada oido el sujeto percibe cosas distintas según el tiempo del decalage Δt:

- si $\Delta t > 2$ ms el sujeto percibe dos sonidos distintos.
- si $\Delta t < 3 \cdot 10^{-5}$ s el sujeto percibe un solo click sin localizar.

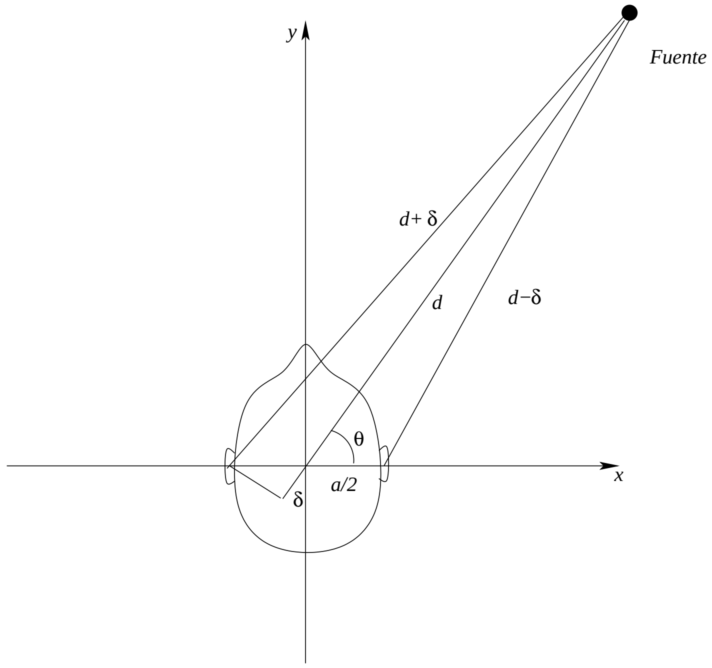


Figura 6.9: Algoritmo para la codificación perceptiva de audio

- si $\Delta t \in [3 \cdot 10^{-5}; 2 \cdot 10^{-3}]$ s entonces el sujeto percibe un solo click pero con una localización en el espacio.

Con la ayuda de la figura 6.9 podemos estimar este decalage temporal entre oidos facilmente:

$$\Delta t \simeq a/ccos(\theta) \tag{6.3}$$

con c la velocidad del sonido en el aire. Como ejemplo para $a = 0{,}2$m y $c = 330$m.s^{-1} tenemos:

$$\Delta t \simeq 6 \cdot 10^{-4} cos(\theta) \tag{6.4}$$

6.5.2. Estimación de la altura

El fenomeno de estimación de la altura no es muy establecido, podrian entrar en juego los canales semi-circulares.

6.5.3. Estimación de la distancia

Este tipo de localización esta unicamente en la experiencia, cuando escuchamos un ruido comparamos con las experiencias anteriores y podemos determinar a partir de ello la distancia de una fuente de sonido. Sin embargo muchas condiciones externas pueden engañar, como la temperatura del aire, el viento ect...

Capítulo 7

Acústica de las salas

En esta parte introducimos los conceptos basicos del diseño de salas a nivel de la acústica.

7.1. Salas pequeñas

En salas pequeñas es posible tener una estimación de la respuesta en frecuencia a partir de las dimensiones. Si consideramos las paredes muy reflexivas entonces podemos calcular los modos de vibración de la sala. Esto equivale a calcular las frecuencias de resonancias de una sala.

Para ello se resuelve la ecuación de propagación de una onda con las condiciones de contorno adecuadas, para una sala rectangular la ecuación de onda se escribe como:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}) \tag{7.1}$$

La impedancia acústica de las paredes tienen en general una parte imaginaria, representando la parte elastica del material, y una parte real negativa representando las perdidas en el material. En el caso mas sencillo, consideramos la pared como puramente reflexiva, la impedancia es infinita y todas las ondas son relfejadas. La condición de contorno en una pared es entonces:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0 \tag{7.2}$$

con r una de las coordenadas normal a la pared, es decir x,y o z. Como la ecuación de onda es lineal el problema es a variable separable, la solución

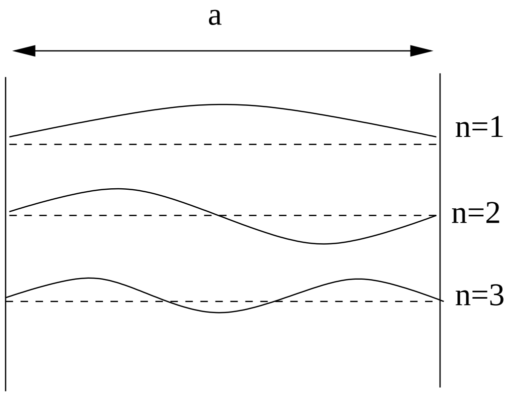


Figura 7.1: Modos de una onda en una cavidad de longitud a con la condición de contorno $\frac{\partial p}{\partial r} = 0$ en las paredes. Solo presentamos los tres primeros modos de vibración.

puede descomponerse como: $p(x, y, z) = p_x(x)p_y(y)p_z(z)$. La solución de la ecuación de onda con las condiciones de contorno para una sala de dimensiones a,b,c correspondiendo a los tres ejes x,y o z puede intuirse analizando los modos de una cavidad como en la figura 7.1.

Para calcular los modos relativo al eje x podemos calcular la solución según esta dimensión:

$$\frac{\partial^2 p_x}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 p_x}{\partial x^2}$$

Para una solución harmonica tenemos la solución general de esta ecuación como:

$$p_x(x, t) = Ae^{j(\omega_x t - k_x x)} + Be^{j(\omega_x t + k_x x)}$$

poniendo $k_x = \omega_x / c$ y con A y B coeficientes complejos. Las condición de contorno (7.2) impone $\frac{\partial p_x}{\partial x} = 0$ en $x = 0$ y en $x = a$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_x}{\partial x}_{x=0} &= -A + B = 0 \\ \frac{\partial p_x}{\partial x}_{x=a} &= -Ae^{-jk_x a} + Be^{jk_x a} = 0 \end{aligned}$$

Resolviendo las expresiones anteriores obtenemos:

$$\begin{aligned} &A = B \\ &sin(k_x a) = 0 \end{aligned}$$

Y obtenemos un condición importante sobre las frecuencias posibles de vibración de las ondas en la cavidad:

$$k_x = \frac{l\pi}{a} \tag{7.3}$$

con l un entero. resolviendo la ecuación de onda en tres dimensiones (7.1) obtenemos una condición suplemental sobre la vibración de las ondas:

$$\omega^2 = c^2(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)$$

La solución de la ecuación(7.1) se expresa entonces como:

$$p(x, y, z) = Acos\Big(\frac{l\pi x}{a}\Big)cos\Big(\frac{m\pi y}{b}\Big)cos\Big(\frac{n\pi z}{c}\Big)sin(\omega t)$$

con l,m y n tres enteros y

$$\omega = \pi c\sqrt{(l/a)^2 + (m/b)^2 + (n/c)^2}$$

Vemos que la respuesta frecuencial de la sala depende mucho de sus dimensiones a, b, c. Podemos considerar la sala como un filtro pasivo que impone un “color” acústico a la sala, es decir un cierta respuesta. Se distingue tres tipos de modos particulares:

- Los modos axiales: 2 indices nulos.
- Los modos tanganciales: 1 de los tres indices nulos.
- Los modos oblicos: todos los modos son nulos.

Según las proporciones de la sala los modos van a estar bien repartidos o concentrados. Se prefiere en general una sala con modos mas repartidos, cuando los modos estan muy agrupados la sala tiene una respuesta muy marcada y privilegia ciertas frecuencias. Esto puede resulatar desagradable y puede ser un problema para las aplicaciones de audio (como estudios de grabaciones) o las salas de concierto pequeñas. Las salas cubicas tienen una respuesta con muchos modos agrupados dando una respuesta “aguda”. Una sala rectangular con dimensiones (1,2,3) tiene una respuesta mas suave. Curiosamente salas con las dimensiones del nombre de aurio (1.618,1,0.618) tiene unos modos bien repartidos. Los arquitectos tienen que tomar en cuenta estos parametros si quieren tener una acústica buena.

El numero de modos compredidos en el rango $[0, f]$ de una sala se puede aproximar con una formula empirica:

$$N(f) \simeq \frac{4\pi}{3}V(f/c)^3 + \frac{\pi}{4}S(f/c)^2 + \frac{L'}{8}(f/c) \tag{7.4}$$

Donde V es el volumen de la sala, S su area y $L' = 4(L+W+H)$ es la suma de los vertices de la sala. Sin embargo a partir de una cierta frecuencia los modos son mas esparcidos y tienen una banda mas ancha casi plana por lo que casi no afectan a los fenomenos de resonancia.

7.2. Salas de conciertos y estudio

Desde los griegos con los amphitheatros se ha buscado la manera de aprovechar un espacio para que el sonido de un evento sea compartido por todo el mundo. Ha dado lugar a unos impresionantes amphiteatros hasta salas de concierto diseñada para el placer del oyente. Vamos ahora a comentar los efectos importantes de una sala de un auditorio y cuales son las caracteristicas interesantes para el diseño.

7.2.1. Reverberación y echo

En una sala el sonido generado por la fuente (un locutor, un altavoz ect) llega al auditor de forma directa y luego llegan las reflexiones del sonido sobre las paredes de la sala. Los tiempos de reflexion son a menudo los que caracterizan la sala. Consideramos salas de mas 14 metros de ancho a continuación.

La respuesta de una sala se puede descomponer en tres momentos. Despues de un impulso tenemos primero el sonido directamente de la fuente. En segundo lugar vienen las primeras reflexiones del techo y de las paredes. Para terminar un gran numero de reflexiones llegan de todas las direcciones y muy agrupado en el tiempo. Es la reverberación. Para un impulso, podemos determinar los tiempos del primer sonido y de las primeras reflexiones. Sin embargo despues solo podemos estimar el decrecimiento exponencial tipico de las reverberaciones. Una caracteristica interesante es la localización de los sonidos por el cerebro en las salas. Debidos a los numerosos rayos reflejados el cerebro tiene que fijarse sobre el rayo directo. En efecto bajo ciertas

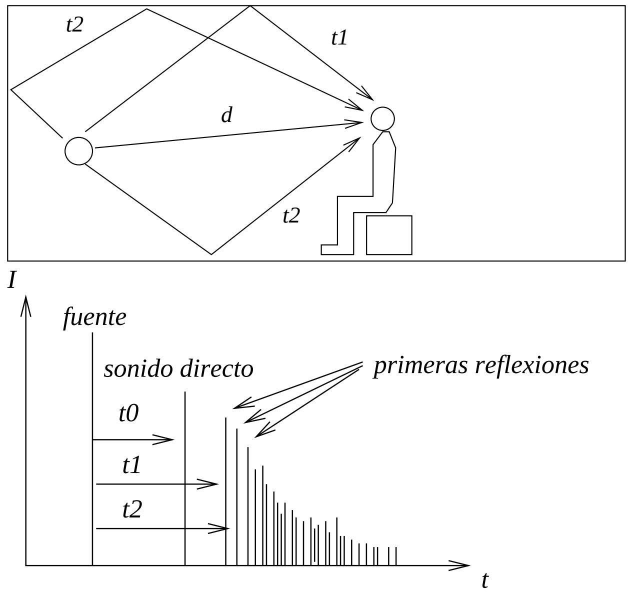


Figura 7.2: Reverberación de una sala.

condiciones el oido es capaz de localizar los sonidos sin dificultad en una sala como lo describe el efecto Haas (ver psicoacústica). La fuente este localizada sin dificultad si:

- el sonido directo llega antes de 35ms.
- El sonido no este demasido deformado en espectro y amplitud.
- Los sonidos siguientes nos sean demasiado fuertes en comparación con el directo.

Cuando se prolonga un sonido el sonido llega a un equilibrio, hay una suma de las amplitudes de las reflexiones hasta alcanzar un equilibrio. Cuando el sonido cesa la intensidad decrece exponencialmente. La figura 7.3 ilustra este fenomeno, el tiempo de decrecimiento es un parametro importante para el diseño de las salas. A notar que el ataque del sonido es discontinuo cuando el decrecimiento es continuo. El decrecimiento de la intensidad sonido es exponencial lo que corresponde a un decrecimiento lineal de la intensidad en decibelios (figura 7.3). El tiempo de reverberación corresponde al tiempo en el que un sonido todavia persiste cuando la fuente se apago. Este tiempo puede

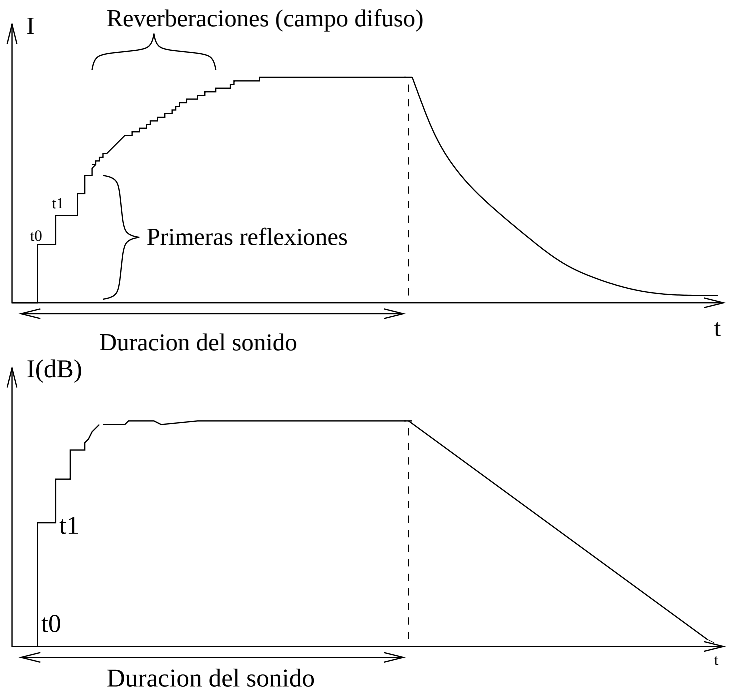


Figura 7.3: Reverberación de una sala con un sonido prolongado en intensidad y en logaritmo de la intensidad.

aproximarse cuando el sonido a bajado de 60dB de intensidad acústica, es el tiempo T_{60}. Cuando la energia del sonido esta repartida en una sala es facil calcular la enegia de la onda presente en el volumen, depende de la fuente y del volumen de la sala. La velocidad a la que el sonido esta absorbido por las superficies depende del material y de la superficie absorbante. En la mayoria de los casos todas las paredes absorben la misma cantidad de energia por lo que consideramos la area total de las paredes A. La formula de Sabine da una estimación del tiempo T_{60} como:

$$T_{60} = \frac{KV}{A} \tag{7.5}$$

con $K = 0{,}161$ y V el volumen de la sala y para superficies totalmente absorbantes. Se puede mejorar esta estimación si se conocen los parametros de absorción de los materiales $\alpha_1, \alpha_2 \ldots$. La superficie se descompone en tal caso como: $S = S_1\alpha_1 + S_2\alpha_2 + \ldots$. En la siguiente tabla se presentan algunos coeficientes de absorbción para un frecuencia de 500Hz.

Material	coeficiente
Cemento pintado	0.06
Cristal	0.18
Cortinas espesas	0.55
Suelo de madera	0.1
Alfombra	0.14
Isolante acústico sobre paredes	0.76

En un auditorio los asientos y los espectadores tienen un efecto importante sobre la absorbción del sonido en una sala llena el sonido esta mucho mas absorbido. También los sillones inocupados añaden superficie absorbante. En la siguiente tabla se proponen algunos valores de aera absorbante en m^2 que se tiene en cuenta para el calculo de T_{60}, los valores se dan para una frecuencia de 500 Hz.

Tipo de asientos	Superficie absorbante en m^2
silla simple inocupada	0.02
sillón inocupo	0.39
Sillón ocupado	0.56

A partir de la formula de Sabine podemos obtener el tiempo de decrecimiento de la intensidad. Esta formula se puede deducir analiticamente a partir de hipotesis sencillas sobre la distribución del sonido en una sala. Antes de empezar los desarrollos matématicos podemos dar una intuición de lo que ocurre en una sala cerrada. Supongamos que la sala esta vacia y que en el centro de esta se encuentra un emisor radiando un sonido de intensidad I_r. En cuanto empieze el sonido llega a las paredes y una parte esta absorbida y una parte esta reflejada. Llamamos I_1 esta onda reflejada de todas partes. Si la onda se refleja por todas las direcciones entonces despues de la primera reflexión la intensidad en la sala es: $I_1 = I_r + `rI_r$ con r el coeficiente de reflexion medio de la sala. Esta onda reflejada va a su vez alcanzar las paredes y una reflexión despues la intensidad es: $I_2 = I_r + rI_r + r^2 I_r$. Al cabo de N relfexiones la intensidad del sonido es:

$$I_n = \sum_0^N I_r r^n \tag{7.6}$$

Para $|r| < 1$ y $N \to \infty$ esta suceción converge hacia:

$$I_\infty = \frac{I_r}{1-r} \tag{7.7}$$

Es decir que la intensidad de la sala alcanza un regimen estacionario. Sin embargo la dinámica del proceso no es del todo discreta, las reflexiones son difusas y una aproximación en tiempo continuo se impone.

Podemos tomar el ejemplo de una sala de 8m por 5,4m de ancho y de tres metros de altura. En la figura 7.4.a tenemos la grabación de un sonido seco, como el sonido de unas palmas. El sonido ha sido grabado con un microfono en el centro de la sala. Se ve claramente un decrecimiento exponencial de la amplitud del sonido a lo largo del tiempo. Este decrecimiento es todavia mas claro en la escala logaritmica de la figura 7.4.b. A continuación tenemos algunos datos sobre el material que componen la sala:

- Techo: placas absorbantes, coeficiente de absorbción $0{,}4$.
- Suelo: cemento con linoleum, coeficiente de absorbción $0{,}06$.
- Paredes: madera con escayola, coeficiente de absorbción $0{,}1$.
- Ventana de $2{,}77$ por $1{,}6$m, coeficiente de absorbción $0{,}18$.
- Superficie absorbante total: $S = (0{,}76 + 0{,}06) \cdot 8 \cdot 5{,}4 + 0{,}18 \cdot 2{,}77 \cdot 1{,}59 + 0{,}1(8 \cdot 3 \cdot 2 + 5{,}4 \cdot 3 \cdot 2 - 2{,}77 \cdot 1{,}6)$

A partir de la figura 7.4.b podemos estimar que el tiempo para que el sonido decrezca de 60dB esta comprendido entre $0{,}7$ y $0{,}8$s. Podemos calcular el T_{60} teorico a partir de la formula de Sabine:

$$T_{60} = \frac{K \cdot 8 \cdot 4{,}6 \cdot 3}{S} = 0{,}73s \tag{7.8}$$

La formula de Sabine nos da una estimación correcta para esta sala.

7.2.2. Formula de Norris-Eyring

Una alternativa a la formula de Sabine para la reverberación es la formula de Norris-Eyring. Al igual que la formula de Sabine esta se basa en hipotesis sobre la repartición del sonido en la sala. La formula de Sabine sale del

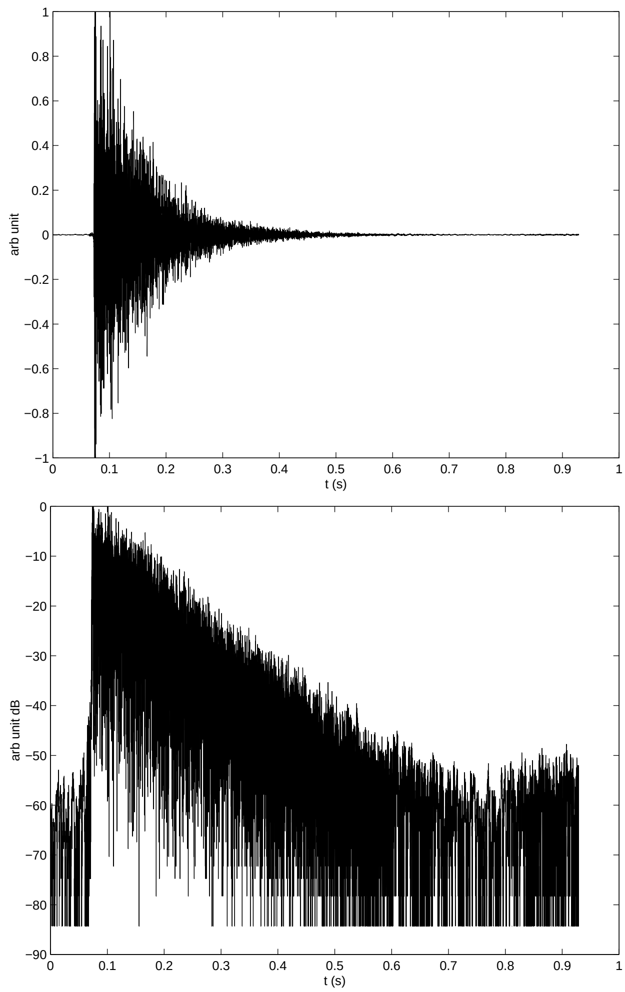


Figura 7.4: Reverberación de una sala de 8x5,4x3 m en escala lineal y en escala logaritmica.

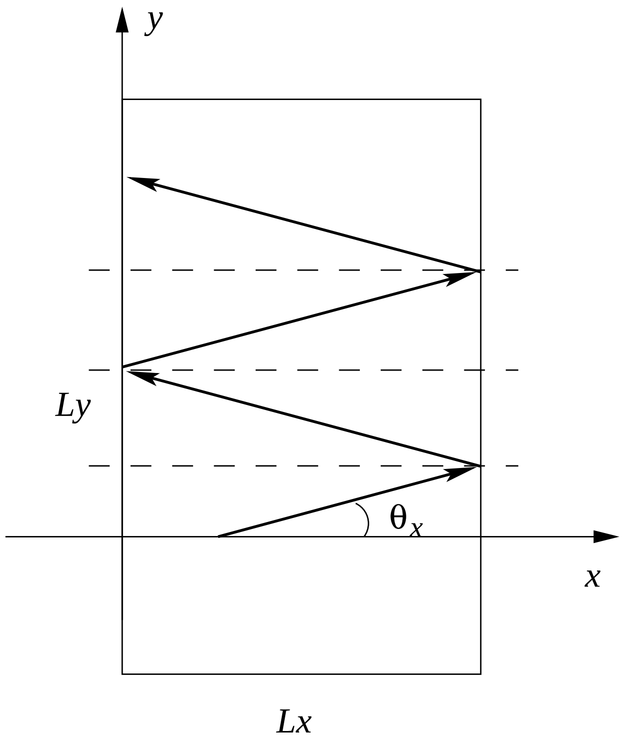


Figura 7.5: Reverberación en una sala de dimensión L_x,L_y, L_z.

principio que la energia esta repartida uniformemente en un volumen, lo que no es siempre cierto cuando tratamos fuentes “reales”. El planteamiento de Norris-Eyring es de seguir el camino medio entre cada reflexiones para una onda y tener en cuenta las absorbciones en cada reflexion. De este modo se obtiene también la dinámica de la sala.

Para empezar, es preciso calcular el número medio de reflexiones por unidad de tiempo. Para ello consideramos una sala con las dimensiones L_x, L_y y L_z, en la figura 7.5 representamos la sala en un plano y un trayecto de una onda plana en esta sala. La onda forma un angulo θ_x con el eje x. El trayecto realizado entre dos reflexiones por la onda es:

$$l_x(\theta) = \frac{L_x}{|cos(\theta)|} \tag{7.9}$$

tenemos $|cos(\theta)|$ para tener distancias positivas cuando $\theta > \pi/2$. despreciando la primera relflexion podemos obtener la expresion del numero de reflexiones en un tiempo t conociendo la velocidad c del sonido en el aire, es simplemente el trayecto recorrido en el tiempo t es decir ct entre el trayecto $l_x(\theta)$

$$N_x(\theta) = \frac{ct|cos(\theta)|}{L_x} \tag{7.10}$$

La densidad de reflexiones por unidad de tiempo se halla derivando frente al tiempo:

$$n_x(\theta) = \frac{dN_x}{dt} = \frac{c|cos(\theta)|}{L_x} \tag{7.11}$$

Esta cantidad depende del angulo θ, para tener una cantidad indepediente de θ conviene promediar para todos los angulos como indicado en la figura 7.6, el calculo se detalla como:

$$\bar{n}_x = \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} n_x(\theta) sin\theta d\theta d\Phi}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} sin\theta d\theta d\Phi} = \frac{c\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} |cos\theta| sin\theta d\theta d\Phi}{4\pi L_x} \tag{7.12}$$

$$\bar{n}_x = \frac{c\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} sin2\theta d\theta d\Phi}{4\pi L_x} = \frac{2\pi c}{4\pi L_x} = \frac{c}{2L_x} \tag{7.13}$$

De la misma manera podemos definir la densidad temporal de reflexiones para las otras direcciones y y z y definimos la densidad total $\bar{n}$:

$$\bar{n} = \bar{n}_x + \bar{n}_y + \bar{n}_z = \frac{c}{2}(\frac{1}{L_x} + \frac{1}{L_y} + \frac{1}{L_z}) = \frac{cS}{4V} \tag{7.14}$$

tenemos $V = L_x L_y L_z$ y $S = 2(L_x L_y + L_x L_z + L_y L_z)$. Esta ecuación es por supuesto una aproximación, pero da resultados razonables para condiciones “normales”. A partir de esta ecuación podemos definir el trayecto medio de una onda entre dos relflexiones como el ratio entre el la velocidad del sonido y la densidad del sonido:

$$\bar{l} = \frac{c}{\bar{n}} = \frac{4V}{S} \tag{7.15}$$

Ahora tenemos todas las herramientas para deducir la formula de Norris-Eyring. El planteamiento es bastante similar a lo que vimos anteriormente con las reflexiones entre dos parades con una absorbción entre cada reflexión de la onda. Esta vez consideramos la energia de una onda plana E_0 y calculamos la absorbción entre cada reflexión:

$$\begin{aligned}
&E_0 - \alpha E_0 = E_0(1-\alpha) \\
&E_0(1-\alpha) - \alpha E_0(1-\alpha) = E_0(1-\alpha)^2 \\
&\vdots \\
&E_0(1-\alpha)^{k-1} - \alpha E_0(1-\alpha)^{k-1} = E_0(1-\alpha)^k
\end{aligned} \tag{7.16}$$

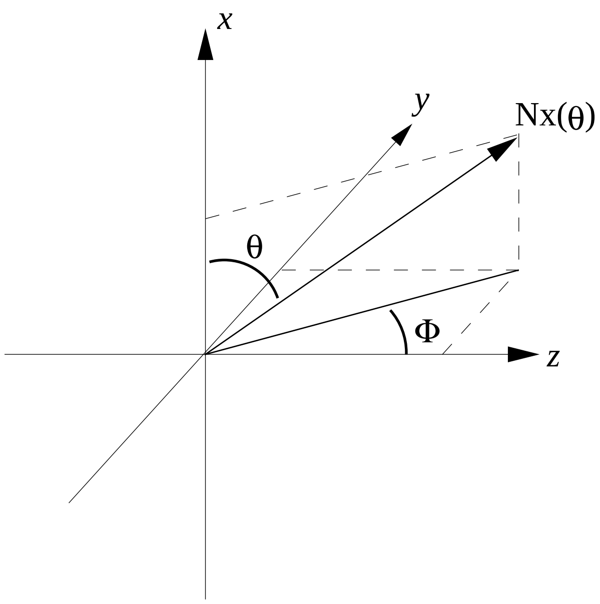


Figura 7.6: Para poder tener la cantidad media de reflexiones por unidades de tiempo integramos la densidad $n_x(\theta)$ sobre todo los angulos posible de propagación es decir para $\theta \in [0;\pi]$y $\Phi \in [0;2\pi]$.

Despúes de k reflexiones la energia residual es $E_0(1-\alpha)^k$. α aqui es el coeficiente medio de absorbción en las paredes de la sala. Hemos calculado el número medio de rayos reflejados por segundos como $\bar{n} = cS/4V$ y podemos entonces deducir el tiempo de decaimiento sabiendo que el numero de rayos en función del tiempo es $k = \bar{n}t$ y la intensidad de la onda en función del tiempo (cuando la fuente se apaga) es:

$$L(t) = 10log\frac{E_0(1-\alpha)^{\bar{n}t}}{E_r} \tag{7.17}$$

con E_r la energia de referencia para el umbral de sensibilidad. El tiempo $T_r$de reverberación de una sala se puede escribir entonces como el tiempo a partir del cual tenemos $60dB$ de atenuación es decir: $L_0 - L(T_r) = 60dB$ con respeto a la intensidad inicial: $L_0 = 10logE_0/E_r$. Depues del calculo tenemos la **formula de Norris-Eyring**:

$$T_r = \frac{-0{,}16V}{Sln(1-\alpha)} \tag{7.18}$$

Esta formula aproxima mejor el tiempo de reverberación cuando la absorbción α es grande. Para absorbciones pequeñas la formula de Sabine consiste en una mejor aproximación debido al tipo de hipotesis.

Podemos dar algunos ejemplos para distinstos tipos de salas.

Material	coeficiente
Cemento pintado	0.06
Cristal	0.18
Cortinas espesas	0.55
Suelo de madera	0.1
Alfombra	0.14
Isolante acústico sobre paredes	0.76

7.3. Claridad

La claridad es un criterio de calidad de una sala, consiste en medir la energia contenida en los primeros 80 ms de un sonido. El resto del sonido se considero como “ruido”. Este parametro se define como:

$$C_{80} = 10\log\frac{\textit{Energía en los primeros 80ms}}{\textit{Energía depués de 80 ms}} \tag{7.19}$$

El criterio subjetivo de calidad para una buena acústica se encuentra entre -6db y 6db. Una sala con una claridad por debajo de 6dB sera confusa, como una iglesia. Por encima de 6dB las sala es demasiado absorbante y se considera como “seca”. Se pueden calcular ejemplos de claridad a partir del tiempo de reverberación de una sala.

Suponemos una sala con un tiempo de reverberación T_r. Al emitir un sonido, la intensidad de este decrece exponencialmente con el tiempo:

$$I(t) = I_0 e^{-t/T_r} \tag{7.20}$$

La energía y la claridad pueden deducir se entonces facilmente con esta formula:

$$C_{80} = 10log \frac{\int_0^{80ms} I_0 e^{-t/T_r} dt}{\int_{80ms}^{\infty} I_0 e^{-t/T_r} dt}$$

calculamos:

$$C_{80} = 10log \frac{-T_r[e^{-t/T_r}]_0^{80ms}}{-T_r[e^{-t/T_r}]_{80ms}^{\infty}} = 10log(e^{80ms/T_r} - 1)$$

7.4. Criterios para una buena acústica

Obtener una acústica buena es un compromiso entre varios factores y depende tambíen del tipo de aplicación. Primero para la claridad se necesita un tiempo de reverberación corto pero para tener un buen nivel sonoro se requiere un alto nivel de sonido reverberado. También para la vivacidad del sonido un tiempo mas largo de reverberación se requiere. Algunas caracteristicas que se toman en cuenta son:

- Un nivel sonoro aceptable
- Se tiene que escuchar bien en todos los sitios.
- La claridad requiere unos materiales absorbantes para que el sonido directo sea lo suficientemente fuerte.
- Vivacidad: el espectador tiene que estar bañado en el sonido de todas partes.
- Ecos, el primer sonido reverberado tiene que llegar lo suficientemente pronto.
- El ruido externo y interno tiene que ser reducido al maximo.

Bibliografía

[1] Antonio Fischetti Initiation à l'acoustique, Belin sup.

[2] Thomas D Rossing, Neville Fletcher, Principle of vibration and sound, Springer 2004.

[3] Philip M. Morse, K. Uno Ingard, Theoretical Acoustics, Princeton University Press, 1987.

[4] Daniel R. Raichel, The Science and Applications of Acoustics, Springer, 2006.

[5] Frank Fahy, Foundations of engineering acoustics, Academic Press, 2003.

[6] Kinsler, Frey, Coppens y Sanders, Fundamentals of acoustics Lawrence John Wiley and Sons, 2000.

[7] M. A. Saposhkov, Electroacústica, Reverté, 1983.

[8] Leo Beranek. Phiysics Acoustics. MIT press.